

ELADIO DIESTE

CASCARAS AUTOPORTANTES  
DE DIRECTRIZ CATENARIA  
SIN TIMPANOS



EDICIONES DE LA BANDA ORIENTAL







CASCARAS AUTOPORTANTES DE DIRECTRIZ CATENARIA  
SIN TIMPANOS



ELADIO DIESTE

CASCARAS AUTOPORTANTES  
DE DIRECTRIZ CATENARIA  
SIN TIMPANOS

Ediciones de la Banda Oriental

L. 369589

ATA195.D5.C3

July 1986



©  
EDICIONES DE LA BANDA ORIENTAL S.R.L.  
Gaboto 1582 - Tel. 4.32.06 - Montevideo  
Queda hecho el depósito que marca la ley  
Impreso en el Uruguay - 1985

## PROLOGO

Una gran parte de lo que hacemos es el proyecto, cálculo y construcción del tipo de cáscaras aquí tratadas, usando mampuestos de cerámica. Para ese cálculo ideamos el procedimiento aproximado a que se refiere este trabajo. Pero lo hecho tiene un alcance más amplio; estoy convencido de la validez de las formas estructurales a que llegamos, independientemente de nuestra técnica constructiva y de los materiales empleados.

Creo además que este estudio abre un nuevo camino para encarar el cálculo de cáscaras cilíndricas largas que, en su parte de mayor sustancia, podríamos decir que es más topológico que analítico. En ese sentido me atrevo a destacar lo que he llamado Teorema Básico que permite, para cualquier cáscara sin tímpanos rígidos, definir cualitativamente deformadas y momentos y establecer la condición que deben cumplir los resultados cuantitativos que obtengamos.

Lo que expondremos son los métodos aproximados de cálculo aplicables a una nueva estructura laminar: Las cáscaras cilíndricas largas, de directriz catenaria, sin tímpanos y con chapas laterales de borde que, con cada bóveda adyacente, fijan las generatrices extremas.

Puede argüirse que, en el estado actual de la técnica, son obsoletos los métodos aproximados cuando por elementos finitos puede calcularse cualquier cáscara con la aproximación que se desee. A esto debo responder que no es fácil llegar a las nuevas formas estructurales con métodos numéricos. Estos sirven para calcular, con más precisión, formas que procesos intuitivos y aproximados han revelado como válidas. Y lo que aquí presentamos es la historia de uno de esos procesos, que, aparte del valor que puede seguir teniendo como herramienta para la mayoría de los ingenieros, instruye sobre cuales son los caminos de la ideación estructural. Además la colaboración con buenos ingenieros que son también expertos en computación, me ha mostrado hasta qué punto los resultados aquí obtenidos son auxilio para el ajuste de los programas; sin olvidar, por otra parte, que los métodos numéricos determinan las tensiones y deformaciones de estructuras cuyas dimensiones y precompresión se hayan fijado previamente, y, para este indispensable cálculo inicial, pueden ser útiles los resultados de este trabajo.

Hemos dividido nuestra exposición en:

- 1.— Una primera parte en que mostramos el fundamento conceptual del método propuesto.
- 2.— Tablas que dan las constantes necesarias para el uso de la directriz catenaria.
- 3.— Un conjunto de "Complementos" detrás de los que hay mucho trabajo de cálculo y programación. En el C1 y a partir de hipótesis muy aproximadas, obtenemos resultados teóricos que simplifican los análisis posteriores; en los C2 a C11 damos herramientas necesarias para el cálculo. No nos parece necesario explicitar el proceso con que se ha llegado a las fórmulas, o los programas con que se han calculado los resultados que en ellos se consignan. Es un trabajo que tiene interés pero que, con el tiempo necesario, el lector podrá repetir por si mismo.
- 4.— Desarrollo de tres ejercicios de complejidad creciente.

Para este estudio me han prestado invalorable ayuda en sus etapas iniciales, hace varios años, los Ings. E. R. Montañez, R. Romero, A. Ramos y M. Sasson por las inteligentes dudas y objeciones que planteaban, el ingeniero R. Romero ayudándome en todos los cálculos en que estos métodos tomaron forma, los Ingenieros A. Ramos y E. Barbé en etapas importantes de cálculo, los Ingenieros J. M. Zorrilla y A. Dieste, en el 76 cuando hubo que explicitar y fundamentar métodos de cálculo que ya se empleaban, y, sobretudo, el ing. Zorrilla, en el 78, colaborando con los programas de cualquier modo necesarios y siendo un inmejorable interlocutor. Destaco también cuanto se debe a la pericia del Ay. de ingeniero W. Vilche en la confección de figuras y cuadros.



**Agroindustria Massaro. Joanicó, Canelones.**

**Luz entre pilares 35 m. Luz volado norte 16,5 m., Cuerda de la directriz 13 m. Flecha 4,30 m.  
Máximas dimensiones anteproyectadas: luz entre pilares 50 m. Luz volado 35 m. Cuerda 16 m.  
Flecha 5,35 m.**



**ESTACION DE OMNIBUS. SALTO.**

**Doble volado sobre una fila de pilares central. Largo máximo generatriz 25,76 m. Cuerda 6 m. Flecha 1,94 m.**

**Dimensiones máximas anteproyectadas: Luz volado 35 m. Cuerda 16 m. Flecha 5.35 m.**

## NOTACIONES

|            |                                                                                                                                                                                              |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| N          | fuerzas por unidad de longitud actuando en el plano tangente a la superficie media de la cáscara, ya sea fuerzas directas como $N_x$ , $N_y$ , o fuerzas rasantes como $N_{xy}$ , $N_{yx}$ . |
| Q          | fuerzas normales al plano tangente.                                                                                                                                                          |
| M          | Momentos torsores o flectores ya en el elemento de cáscara ya en la estructura total.                                                                                                        |
| V          | Esfuerzo cortante en la estructura global.                                                                                                                                                   |
| x,y        | Coordenadas definiendo un elemento de cáscara.                                                                                                                                               |
| $\varphi$  | Angulo que con x define un elemento de cáscara.                                                                                                                                              |
| $\rho$     | Radio de curvatura de la directriz.                                                                                                                                                          |
| q          | Peso de la cáscara por metro cuadrado.                                                                                                                                                       |
| p          | Peso de la "viga" por unidad de longitud.                                                                                                                                                    |
| s          | absisa curvilínea sobre la directriz.                                                                                                                                                        |
| $\sigma$   | Tensión de compresión según la normal a la sección, también tensiones principales.                                                                                                           |
| $\sigma_b$ | Tensión en la cerámica, en el mortero o en el hormigón.                                                                                                                                      |
| $\sigma_e$ | Tensión en el hierro o en el acero.                                                                                                                                                          |
| $\tau$     | Tensión de corte.                                                                                                                                                                            |
| e          | Espesor de la cáscara.                                                                                                                                                                       |
| I          | Momento de inercia.                                                                                                                                                                          |
| $\mu$      | Momento estático.                                                                                                                                                                            |
| $\Omega$   | Sección.                                                                                                                                                                                     |

## I. GENERALIDADES

### I.a) Introducción

La forma en que se expone el cálculo de cáscaras hace que no aparezca claro en general, que es el resultado de un proceso, que tiene su historia. Una teoría nace para dar forma a una intuición o para comprender un hecho no explicado. Al principio burda, se va precisando y enriqueciendo, ganando en generalidad, hasta llegar a una forma en que sus orígenes, generalmente humildes, se olvidan, y sus consecuencias aparecen así como independientes de todos los supuestos, tácitos o en su momento expresos, presentes en el proceso que le dio nacimiento. Este ha sido el caso de las cáscaras. Se olvida que las actuales proceden de las que se empezaron a construir en Alemania, en la década del 20, de directriz elíptica o cicloidal con timpanos muy rígidos.

Estas cáscaras, al principio se calculaban, "como primera aproximación", con la teoría membranaral que se corregía en los confines para tener en cuenta las perturbaciones de borde. La teoría membranaral supone que la cáscara es una membrana, sólo capaz por tanto, de soportar esfuerzos según su superficie; bajo la acción de un sistema cualquiera de fuerzas tomará la forma necesaria para que sólo existan esfuerzos de ese tipo. Las directrices elípticas, cicloidal u otras formas con tangente vertical en el arranque, se usaron porque, si la tangente es allí vertical, es nulo el esfuerzo calculado con la teoría membranaral debido al peso propio, que es la sollicitación fundamental, transmitido por la bóveda según esta tangente. Al no ser entonces necesarios elementos estructurales que lo resistan, estas cáscaras se llamaron autoportantes: no eran discernibles en ellas como conjunto, partes de la lámina que resistieran a otras, la cáscara se resistía a sí misma, se autoportaba. Podría con razón objetarse que la autoportancia es relativa ya que son necesarios los timpanos, pero la palabra tuvo fortuna; ponía en claro una neta diferencia entre estas cáscaras y las bóvedas clásicas que necesitan vigas de borde u otros elementos estructurales de análoga función.

Es más acertado llamar autoportantes a las estructuras laminares que trabajan transfiriendo la carga a los apoyos en dos direcciones, que es lo que también sucede con las que aquí estudiamos.

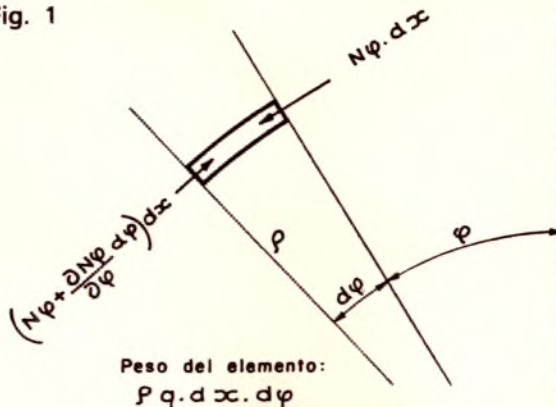
El supuesto básico para que una estructura trabaje como membrana es su perfecta flexibilidad, supuesto que está muy lejos de cumplirse en las láminas tratadas como membranas que encontramos en la práctica. Sin embargo la teoría membranaral puede describir aceptablemente la realidad en algunos casos, por ejemplo en tanques cilíndricos a presión, en las zonas de las paredes laterales suficientemente alejadas de las tapas. Para las cáscaras de directriz elíptica, la teoría membranaral da una descripción aproximada de la realidad en las zonas suficientemente alejadas de los bordes. En la actualidad prácticamente no se hacen cáscaras de directriz elíptica o cicloidal. La solución más corriente es hacer láminas de directriz circular, terminadas con delgadas chapas verticales. Su uso se ha extendido porque puede integrarse para la directriz circular y con simplificaciones importantes, el sistema fundamental que se deriva de plantear las ecuaciones de la estática a un elemento de cáscara.

Para las cáscaras que aquí estudiaremos no puede aplicarse la teoría membranaral ni como aproximación. En efecto, considerando un elemento de lados  $ds = \rho d\varphi$  y  $dx$ , sometido a su peso propio; su estabilidad está asegurada por las componentes de las fuerzas de membrana según la tangente a la directriz (fig. 1). Proyectándolas según la normal:

$N\varphi = \rho \cdot q \cdot \cos \varphi$ ;  $N\varphi$  solo es 0 si  $\varphi = \pi/2$ . Este es el razonamiento que llevó a usar directrices elípticas o cicloidales. Como en la catenaria es siempre  $\varphi \neq \pi/2$  solo es posible la estabilidad de la membrana si ponemos en el arranque algo que resista los  $N\varphi$ , por ejemplo

una viga de borde. Al necesitar la viga, la cáscara no es autoportante. No lo es como membrana pero la intuición, la experiencia y el análisis que es la materia de este libro, muestran que, con espesores del mismo orden que los de las cáscaras clásicas, pueden construirse las que describimos a continuación.

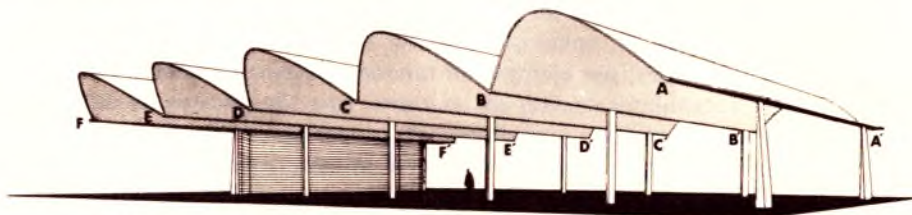
Fig. 1



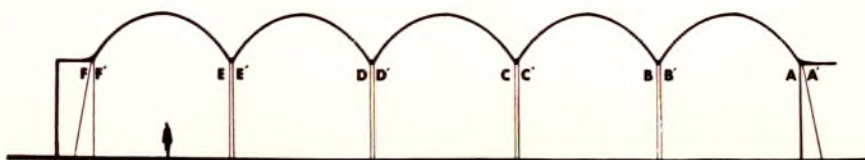
### 1.b) Descripción de la cubierta

Supongamos una cubierta formada por una batería de cáscaras de directriz catenaria apoyadas en pilares A, B, C... A', B', C',... y terminadas en sus extremos por chapas horizontales o por lo menos claramente no verticales (fig. 2), que pueden, o volarse de la bóveda misma o apoyarse en su generatriz extrema y en una viga o pared. Son estas chapas las que fijan en el espacio, con la bóveda, las generatrices extremas como la AA'. Para cada una de las bóvedas las generatrices de arranque, comunes a dos bóvedas, resultan fijas por su "intersección".

La técnica que hemos desarrollado supone construir: a) los pilares en que se apoyan las bóvedas; b) las losas horizontales que muestra la fig. 2; c) apuntalamiento en los valles entre bóvedas y entre bóvedas extremas y losas; d) un molde móvil, normalmente entre 3 y 5,50 de largo, por cada bóveda; e) la cubierta por franjas sucesivas. Las losas extremas deben resistir a flexión los empujes y las reacciones debidas a estos se soportan ya con tensores ya con contra-fuerzas como en la Fig. 2.



PERSPECTIVA DE UNA CASCARA AUTOPORTANTE



CORTE ENTRE PILARES

La bóveda se hace con mampuestos de cerámica, con juntas de mortero de arena y portland armadas y se termina con un alisado de arena y portland reforzado con armadura.

El hecho de que el 95% del área de cada moldeada tenga su dureza final y el "tirado" del mortero (absorción de parte del agua de su mezcla por el material cerámico) que produce una suerte de mortero al vacío, permiten un desencofrado rapidísimo (en plazo de horas) con el que, a su vez, se consigue un ritmo continuo de trabajo con moldes de pequeña longitud; podemos entonces hacer una bóveda autoportante con una serie de moldes cuya área es varias veces menor que la que debemos cubrir, evitando el tener que encofrar toda la cubierta.

Si dejamos entre los ladrillos y en el alisado la armadura, en general de acero común y de cables de precomprimido, y esperamos los plazos corrientes, la cáscara puede precomprimirse retirándose luego el apuntalamiento.

Supondremos que consideramos cáscaras cilíndricas largas y peraltadas, entendiendo por tales aquellas en las que la luz entre pilares,  $l$ , es por lo menos el doble de la cuerda de la directriz,  $L$ , y esta no más de cuatro veces la flecha,  $F$ . El problema de para qué valor mínimo de  $\frac{l}{L}$  y máximo de  $\frac{L}{F}$  es aplicable la teoría que desarrollaremos, tiene interés pero no será tratado ahora. Conviene hacer notar que las exigencias en cuanto a las dimensiones que resultan de lo que antecede, coinciden con lo que conviene por razones económicas.

### I.c) La cáscara durante su construcción

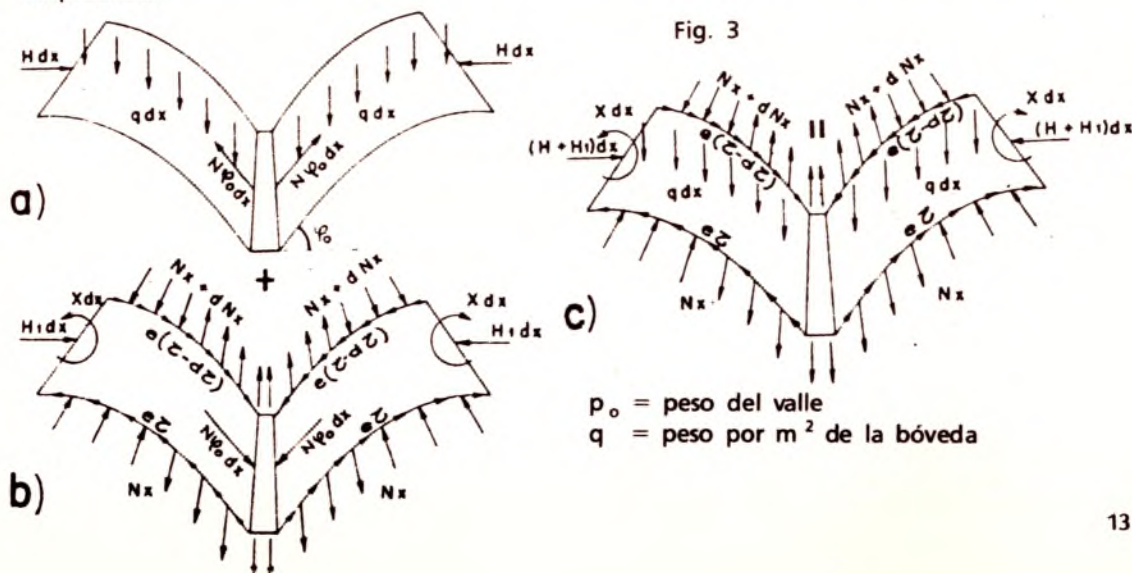
La estructura apuntalada trabaja como una serie de arcos para los que la sollicitación esencial es el peso propio. Los momentos generados por la deformación de la directriz al entrar en carga, son despreciables.

Sobre las vigas losas extremas, que supondremos horizontales, actuará un empuje que las deformará hacia afuera. En caso de estructuras de grandes dimensiones puede convenir apuntalar la viga-losa de manera de generar apoyos intermedios.

### I.d) La cáscara como viga

Consideremos una franja de cáscara limitada por dos planos verticales y normales a las generatrices, separados  $dx$ , y por otros dos según las generatrices de clave, (fig. 3) y también verticales.

Por simplicidad expositiva supondremos que la franja está suficientemente lejos de las chapas extremas como para que las perturbaciones que crean estas chapas extremas; puedan despreciarse.



Podemos discernir en esta franja dos modos de trabajo, en realidad coexistentes:

1 - Los elementos de lámina catenaria (fig. 3-a), en equilibrio bajo la acción de  $H$ ,  $N \varphi_0$ , y el p.p. El correspondiente estado tensional, debido a los  $N \varphi$ , es de compresión simple con tensiones muy bajas.

2 - El elemento de viga sin peso (fig. 3-b), sometido a la carga vertical  $2 N \varphi_0 \cdot \sin \varphi_0 + p_0$  a un empuje  $H$  y a un par  $X$ , que son, por razones de simetría, las únicas acciones sobre el elemento considerado, de las franjas adyacentes\*. Componiendo estos dos modos de trabajo, obtenemos (fig. 3-c), la sollicitación real sobre la franja.

Esta descomposición permite centrar nuestra atención en el segundo modo de trabajo de la cáscara que es el que le produce las tensiones más importantes y de cálculo no elemental, a las que habrá que superponer, obviamente, en el dimensionado, las tensiones de compresión de la catenaria de la Fig. 3 (a).

Además, el estado de carga de la Fig. 3 (b) permite obtener, a partir del planteo de las ecuaciones cardinales para el elemento de cáscara, un sistema de ecuaciones diferenciales (ver Complemento C1) muy simple al eliminar el peso del elemento y sus momentos. A partir de ese sistema se ve que  $M_x \varphi = M \varphi \times \approx 0$ .

Los esfuerzos a que está sometida la viga, por unidad de longitud son:

$N_x$ , compresiones o tracciones según las generatrices.

$N \varphi \times$ , rasantes de la viga.

$N \varphi$ , esfuerzos según la tangente a la directriz.

Cortantes (pequeños) en planos que contienen las normales a la directriz.

$M \varphi$ , momentos flectores de eje momento según las generatrices.

$M_x$ , momentos flectores en la cáscara, de eje momento según las tangentes a la directriz.

La experiencia de cálculo demuestra que importan  $N_x$ ,  $N \varphi \times$ ,  $M \varphi$ ,  $M_x$ ,  $N \varphi$ .

La viga sometida a la carga vertical  $2 N \varphi_0 \cdot \sin \varphi_0 + p_0$  tendrá cortantes verticales y momentos de eje momento normal al plano vertical medio de la viga. A los momentos se deben las tensiones normales  $\sigma_x = \frac{N_x}{100e}$  y a los cortantes las tensiones rasantes  $\tau$  de la fig. 3.

La parte inicial del anteproyecto de una cubierta supone dimensionarla de modo que  $\sigma_x$  y  $\tau$  sean menores que los admisibles.

Para ello, fijadas las dimensiones en planta de un local a techar, hay que definir el número y medidas de las cáscaras teniendo en cuenta que precisaremos, en los extremos, chapas de borde como muestra la Fig. 2. La experiencia enseña que, en general y en casos simples, pueden anteproyectarse las dimensiones de las cáscaras a partir de una bóveda suficientemente alejada de los extremos como para que sean despreciables las perturbaciones que originan las chapas de borde, o sea a partir de una bóveda en las condiciones de la Fig. 3.

Por otra parte las soluciones más económicas son aquellas en que son mínimos los momentos transversales y eso supone que sean también mínimas las perturbaciones debidas a las chapas de borde.

Aquellas cubiertas en que el mayor número posible de cáscaras pueda reducirse a las hipótesis simplificadoras de la Fig. 3, serán pues las más económicas, y, como esto es posible en muchos casos (Ejercicio N.º 1), vemos que las consideraciones de I.d aparte de haber sido una etapa importante en el proceso que nos llevó a poder dimensionar con seguridad estas cáscaras, sirven para calcular los más simples casos prácticos.

**Cálculo de  $\sigma_x$ .** La carga por metro de la viga es:

$p = 2 N \varphi_0 \cdot \sin \varphi_0 + p_0 = 2 s_0 q + p_0$  donde  $s_0$  es el semidesarrollo de la directriz. Conocida  $p$  es elemental el cálculo de momentos, sea la estructura global isostática o hiperestática, armada con armadura convencional o precomprimida.

Si es precomprimida, por ejemplo, podrá considerarse activa toda la sección y podremos escribir, considerando positivas las compresiones:  $\sigma_x = \frac{N}{\Omega} + \frac{M}{I}$  y, donde el significado de los símbolos es obvio.

\* (aparte, obviamente, de los esfuerzos  $N_x$  y  $\tau$  que correspondan a su trabajo como viga)

## Cortantes

También elemental es el cálculo del esfuerzo cortante de la viga,  $V$ .

Para la determinación de las tensiones  $\tau$ , de corte en los planos verticales, normales a las generatrices, haremos la aproximación de considerarlas tangentes a la directriz, como se dibujaron en la Fig. 3. Esta aproximación es plausible.

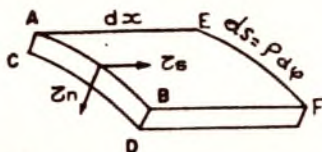


Fig. 4

En efecto: consideramos el elemento ABCDEF (Fig. 4)  $\tau_s = 0 \therefore \tau_n = 0$  a lo largo de AB y CD las tensiones son tangentes a AB y CD, o sea paralelas a la tangente a la directriz.

Dada la continuidad de los esfuerzos y el pequeño espesor de la lámina, es razonable, como primera aproximación, la hipótesis de que los rasantes sean tangentes a la directriz.

$N_x \varphi = e \tau \times \varphi$ , en que  $\tau \times \varphi$ , al que llamaremos simplemente  $\tau$ , será la media de las tensiones de corte entre intradós y extradós, cuyo valor, haciendo un corte, no por un plano horizontal, sino por dos planos normales a las tangentes a la directriz, cortándose en una horizontal en el plano medio de la viga, será el que da la fórmula de Yurawski:

$$\tau = \frac{V \cdot \mu}{2 \cdot e \cdot l}$$

Reduciendo (fig. 3b o 3c), las fuerzas  $e \cdot \tau \cdot ds$  y  $e \cdot (\tau + d\tau) \cdot ds$ , al centro del elemento  $dx \cdot ds$ , aparece una fuerza  $e \cdot d\tau \cdot ds$  y un par torsor que es de 2º orden.

La franja de viga de la Fig. 3-b resulta sostenida por las fuerzas rasantes aplicadas a sus caras verticales, separadas  $dx$ , de resultante  $e \cdot d\tau \cdot ds$ .

Pero  $d\tau = \frac{dV \cdot \mu}{2el} = \frac{p \cdot dx \cdot \mu}{2el} \therefore$  si consideramos planos verticales separados entre sí la unidad de longitud elegida:

$$\Delta \tau = p \cdot \frac{\mu}{2el} \therefore e \cdot \Delta \tau = \frac{p}{2} \cdot \frac{\mu}{l}$$

Como veremos luego los cortantes no pueden ser sólo tangentes, o en otras palabras, la franja de viga de la Fig. 3-b no puede estar soportada en el espacio sólo por las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ . El admitirlo, sin embargo, permite calcular, con aproximación suficiente los momentos y fuerzas directas debidos a las fuerzas internas en lo que llamaremos franja básica, y, a partir de estos, los momentos en toda la cáscara como veremos en lo que sigue.

## II. CALCULO DE LA ESTRUCTURA EN EL ESTADO DEFINITIVO

### II.a) Determinación de la carga sobre los valles A, B...F.

Fijémonos en el corte de la Fig. 2. Imaginemos primero que el descimbrado de la cubierta se hiciera manteniendo apuntaladas las generatrices AA', BB',... La franja de cubierta está en la condición de apoyo de la Fig. 5. Las flexiones que se producen por la deformación de las cáscaras al entrar en carga son despreciables. Sólo deben tenerse en cuenta las provocadas por las deformaciones de las vigas-losas extremas que se trasladan a lo largo de la batería de bóvedas,

provocando momentos, fuerzas directas, etc., que se amortiguan rápidamente al alejarnos de los extremos y que serán los mismos cualquiera que sea la franja de bóveda que se considere si es constante, a lo largo de las generatrices, el ancho de las chapas de borde. Si no lo fuera, esto no supone dificultad conceptual, sólo mayor complejidad operativa.

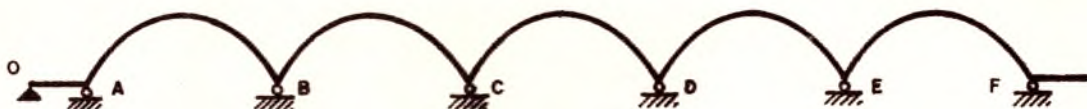


Fig. 5

El itinerario del cálculo es el siguiente:

- 1 - Elegidos cuerda y flecha de la directriz, material y espesor de la cáscara, conocemos  $L$ ,  $F$ , y  $q$ . Contemporáneamente habremos definido dimensiones y peso de las chapas extremas y de los valles intermedios.
- 2 - Usando las "Tablas para directriz catenaria" calculamos  $s = 2 s_0$ ,  $\varphi_0$  y  $\theta$ .
- 3 - Llamaremos, por convención, en lo que sigue, Cortante, a la componente vertical de las reacciones sobre cada elemento, arco o viga. "Cortante de cargas" será dicha componente vertical en las siguientes condiciones de vínculo:
  - a) en las vigas o losas cuando las suponemos simplemente apoyadas.
  - b) en las bóvedas cuando las suponemos biarticuladas.
- 4 - Para calcular los momentos de continuidad por el método de Cross, calculamos los de empotramiento de las chapas extremas, y el del volado si lo hay, siendo nulos, según ya explicamos, los momentos de empotramiento de los arcos.

Para calcular las rigideces y factores de transmisión de los arcos de directriz catenaria, tenemos: (Ver complementos)

En C.2, y en función de  $\theta$ , la rigidez en el extremo de un arco, articulado en el otro, y en C.4 la rigidez y el factor de transmisión en el extremo de un arco empotrado en el otro. Notar que el factor de transmisión es siempre negativo cuando trabajamos con la convención de signos corriente en el Cross.

Procediendo de la manera usual determinamos los momentos de continuidad en A, B, C... E. Con estos momentos podemos determinar los cortantes debidos a los momentos en el caso de las losas extremas, y, usando C.2, los cortantes y fuerzas horizontales en los arcos. Con el proceso que antecede, que los ejemplos terminarán de aclarar, hemos determinado las cargas sobre los valles. La experiencia de cálculo muestra que estas cargas, salvo, obviamente, en los valles extremos, son prácticamente verticales. La componente horizontal de la reacción en B y E es muy pequeña pero en el caso de una estructura de sostén sin tensores como la de la Fig. 2, su suma debe contarse como una fuerza horizontal sobre los correspondientes pilares de apoyo.

Usando C.3 podemos calcular, a partir de los momentos aplicados a los extremos del arco, los momentos en el centro de las diez dovelas en que lo suponemos dividido.

Con C.9 calculamos las fuerzas directas en el centro de las 10 dovelas y en los arranques, para el arco biarticulado cargado con su peso propio, y, con C.10, estas fuerzas directas para el arco biarticulado sometido a momentos en los extremos.

Tenemos entonces los momentos  $M$  y las fuerzas directas, correspondientes a la franja de la Fig. 5 sometida a su peso propio.

## II.b) Vigas correspondientes a los valles intermedios y extremos

Es un hecho que la intuición adivina y la teoría y la experiencia confirman, que, adecuadamente dimensionada, la sección transversal de la batería de bóvedas y la posición de los puntos de las generatrices AA', BB' ... se mantienen, después del desapuntado de los valles, con deformaciones de 2º orden respecto a las de la sección transversal; en otras palabras que la geometría de la batería de bóvedas no se altera por el desapuntado. Recordando las consideraciones hechas en I.d deducimos que el estado tensional que se deriva de la franja de la batería de bóvedas, sometida a su peso propio y en las condiciones de apoyo de la Fig. 5 deberá superponerse al que corresponda a las fuerzas internas producidas al desapuntar los valles AA', BB'.

Cada trozo de cáscara entre dos generatrices de clave o entre la generatriz de clave de la cáscara extrema y el filo exterior de la chapa de borde, trabajará como una viga sometida a las cargas determinadas en II.a.

Con las cargas sobre los valles podemos determinar los diagramas de cortantes y flectores correspondientes a los valles intermedios, todos prácticamente iguales, y a los valles extremos. La carga de cada valle intermedio afecta a una viga como la que muestra la Fig. 3. La carga del valle extremo afecta a lo que podemos considerar una media viga que dibujamos con trazo lleno en la Fig. 6. Completamos con trazo discontinuo lo que podemos considerar la otra mitad de una viga virtual simétrica, sometida a una carga doble de la que cuelga del valle real.

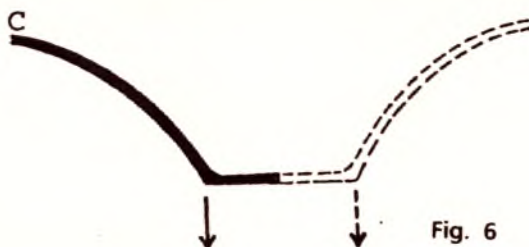


Fig. 6

En las tablas catenarias figuran en función de  $L/F$ , todos los parámetros que necesitamos para dimensionar la viga correspondiente a cualquier valle intermedio. En el caso de la viga virtual del valle extremo es fácil determinar estos parámetros en función de los valores calculados para el valle intermedio y de la sección de la chapa de borde. Es incierto el ancho de la chapa de borde que debe considerarse vinculado a la flexión, como viga, de esta media bóveda.

El considerar distintos anchos no modifica las toneladas de precompresión necesarias y el cambio de las  $\sigma_x$  no es importante.

Al aumentar el ancho de losa considerado, cambia la relación  $\mu/l$  con lo que cambian los rasantes y, obviamente, este cambio debe ser considerado y analizado. El definir con precisión el ancho de losa que debe considerarse, es un tema abierto a investigación posterior. Lo que hacemos en la práctica, es definir un ancho doce veces el espesor equivalente (espesor que, con losa maciza, dé igual área).

Los ejemplos terminarán de aclarar como se debe proceder.

Consideremos la generatriz C de clave. Las tensiones  $\sigma_x$  en C considerada como perteneciente a un valle intermedio o a la media viga de un valle extremo solo pueden igualarse, y se igualan, por la precompresión. Pero la precompresión es indispensable, tanto desde un punto de vista económico como de calidad constructiva, en estructuras importantes o en aquellas en que la carga sobre el valle extremo pueda ser grande. Esto quiere decir que una imposible diferencia de tensiones, que requeriría análisis adicionales, es eliminada en la práctica por las propias exigencias de una buena solución técnica del problema.

## II.c) Momentos y fuerzas directas debidos a las fuerzas internas. Franja Básica

Ya mostramos que es una aproximación plausible suponer que una franja de cáscara como la de la fig. 3, que supondremos de ancho 1, esté soportada en el espacio solo por fuerzas según las tangentes a la directriz, aplicadas a las caras de la franja, de resultante  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ . Estas fuerzas, como veremos, no son las únicas que "soportan" a la franja salvo en una de estas franjas, a la que llamaremos "franja básica". En general, hay también cortantes, muy pequeños, según la normal a la directriz, y, además, los pares y esfuerzos mostrados en C.1. Como veremos se consigue una aceptable cuantificación de lo que sucede considerando solo los cortantes según la normal a la directriz. Por razones de simetría estos cortantes deben ser nulos para aquellas franjas en que se anula el cortante V. Luego la franja básica tiene realidad física además de su utilidad operativa. El esquema estructural sobre el que actúan las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$  es análogo al de la Fig. 5, que elegimos (sin que esto suponga ninguna limitación de la generalidad) para fijar ideas.

Para estudiar el efecto de las fuerzas internas, hacemos el Cross correspondiente a las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , calculando los momentos de empotramiento, con C.5. En C.5 damos también los valores para calcular los momentos de empotramiento y en el centro de las diez dovelas de un arco biempotrado sometido a las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , porque, como veremos en los ejemplos, para los valles centrales el estado final de los arcos equivale prácticamente a un doble empotramiento.

- 1 - Terminado el Cross disponemos de los momentos en todos los nudos A, B, C...
- 2 - Con C.6 podemos calcular, para el arco biarticulado cargado con los  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , los momentos en el centro de las diez dovelas.
- 3 - Con los momentos en los nudos y C.3 calculamos los momentos en el centro de las diez dovelas debidos a los momentos aplicados a los extremos del arco.
- 4 - Componiendo los resultados de 1, 2 y 3 tenemos los momentos  $M \varphi$  en los arranques y los centros de las diez dovelas.
- 5 - Con C.10 calculamos las fuerzas directas en el centro de las diez dovelas y en los arranques, para momentos aplicados a los extremos del arco.
- 6 - Con C.11 calculamos, para un arco biarticulado, las fuerzas directas, debidas a los  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , en los arranques y en el centro de las diez dovelas.
- 7 - Componiendo los resultados de 5 y 6 tenemos los  $N \varphi$  en los arranques y en el centro de las diez dovelas.

Los resultados 4 y 7 nos dan  $M \varphi$  y  $N \varphi$  debidos a los  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ . Superponiéndolos a los  $M \varphi$  y  $N \varphi$  debidos al peso propio, tenemos los  $M \varphi$  y  $N \varphi$  totales de la franja básica.

Veremos luego que, si bien estos momentos se producen teóricamente solo en franjas muy singulares de una cubierta, aquellas en que  $V = 0$ , la mayor parte de esta resulta, en la práctica, sometida a esfuerzos que difieren poco de los correspondientes a la franja básica, con lo que al determinar sus  $M \varphi$  y  $N \varphi$  definimos la sollicitación a que estará sometida la mayor parte de cada cubierta en estudio.

El Cross de la Franja básica sometida a las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$  nos da, además:

1 - Los Cortantes (componentes verticales de las reacciones sobre cada arco) que coinciden prácticamente con las cortantes de los pesos. El carácter aproximado de nuestro método de cálculo se muestra en que las reacciones en los nudos obtenidas a partir del Cross de los pesos y las que calculamos con el Cross de las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , siendo opuestas, no son iguales en valor absoluto. Las diferencias no suelen ser grandes; cuando lo son, debemos hacer un Cross correctivo para lograr mejor ajuste.

2 - Las fuerzas horizontales aplicadas a los nudos. Estas fuerzas son despreciables en todos los nudos **intermedios**, salvo en los adyacentes a los extremos.

En ninguno de los casos concretos que hemos tenido, podrían estas fuerzas, por lo pequeñas, haber justificado un mayor análisis de su efecto sobre las bóvedas, pero debe analizarse el efecto de las reacciones que les correspondan sobre los pilares extremos, si los empujes no se absorben con tensores.

En cuanto a las fuerzas horizontales, aplicadas a los apoyos extremos (como el A y el F), están dirigidas de afuera a adentro, en sentido contrario a la correspondiente componente horizontal de la reacción obtenida con el Cross de los pesos. La acción resultante de la cáscara sobre la chapa de borde es la diferencia de las componentes horizontales de las reacciones debidas a los  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$  y a los pesos y resulta siempre, en la franja básica, dirigida hacia adentro.

Como resumen tenemos una franja formada por una serie de arcos y vigas (las chapas de borde) apoyadas en nudos, cuya capacidad portante está asegurada por los cortantes aplicados a las caras de la franja contenidas en planos perpendiculares a las generatrices. Los momentos de las franjas sometidas a la acción de los pesos son más pequeños que los debidos a las fuerzas internas y también lo son las deformaciones consiguientes. Además, estos momentos y deformaciones son constantes a lo largo de la generatriz. No así para los momentos y deformaciones debidos a las fuerzas internas como veremos enseguida.

## II.d) Elástica de la Franja Básica

Calculamos los valores que aparecen en los "Complementos" C.5 y C.6 con un programa que determina: las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , sus momentos en el arco isostatizado, las incógnitas hiperestáticas que restablecen las condiciones de vínculo y los momentos finales.

Con los métodos clásicos, programados, podemos obtener, para las distintas condiciones de apoyo, la elástica debida a las fuerzas  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , que será la de la franja básica, ya que la acción de los pesos genera deformaciones despreciables frente a las provocadas por las  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ .

Esta elástica de la franja básica es la que aparece dibujada con puntos en la fig. 10, suponiendo empotramiento en los arranques.

## II.e) Teorema Básico

### Variación de la elástica a lo largo de las generatrices

Sea un arco, Fig. 7, que dibujamos omitiendo deliberadamente precisar sus condiciones de carga y apoyo. Cualquiera sea su sección transversal, su geometría se genera siempre desplazando en el espacio esa sección, de modo que la recta horizontal y baricéntrica,  $x-x$ , que le pertenece, recorra en su desplazamiento una superficie cilíndrica, con generatrices horizontales, cuya traza ACB con el paramento del arco sea lo que definimos como directriz. Lo que acabamos de decir para una sección como la croquisada en la Fig. 7 se extiende a la de la Fig. 8 en la que la recta  $x-x$  de la Fig. 7 se sustituye por una serie de segmentos  $x-x$  también baricéntricos. Los momentos de vector momento según las  $x-x$  varían a lo largo de ACB pero no es en general necesario considerar su variación a lo largo de  $x-x$ .

Fig. 7

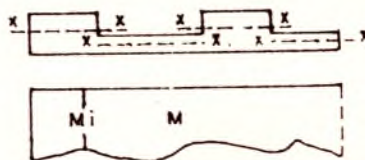
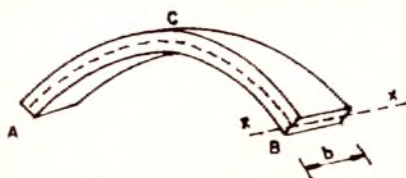


Fig. 8

Cuando lo es, tiene sentido definir el momento  $M_i$ , correspondiente a un punto  $P_i$  de la sección transversal, que supondremos simétrica respecto a la serie de rectas  $x-x$ .

Consideremos ahora, Fig. 9, un arco de gran ancho, de directriz cualquiera, apoyado verticalmente en cuatro columnas y en apuntalamiento, que supondremos indeformable, y cuyos empujes son resistidos por las fuerzas  $H$  de la fig. 9 que son las componentes horizontales de las reacciones correspondientes a la vinculación del arco con las estructuras adyacentes. A lo largo de las generatrices extremas a las que se aplican los  $H$ , existirán también momentos (que no expresamos en la Fig. 9 por daridad de dibujo) de eje momento según esas generatrices. En otras palabras, debemos imaginar la vinculación del arco de gran ancho de la Fig. 9 con las estructuras adyacentes, con posibilidad de moverse verticalmente, al retirar el apuntalamiento, solamente restringida por la capacidad de la estructura global de resistir los posibles desplazamientos verticales de todos los valles.

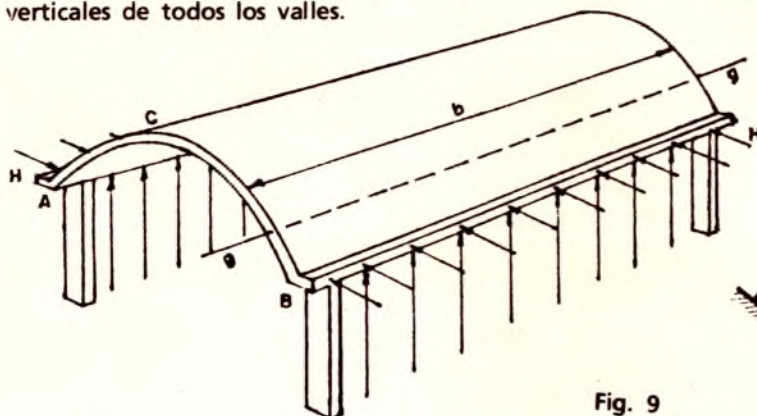


Fig. 9

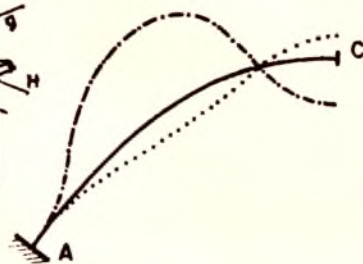


Fig. 10

Sea  $M_g$  el momento del arco de gran ancho en g-g, generatriz cualquiera que puede ser, desde luego, la del arranque. Supongamos (ver II-b) que al retirar el apuntalamiento no se modifique la geometría del arco, o sea no cambie su sección transversal y tampoco se muevan los puntos de las distintas generatrices de arranque. Al no cambiar tampoco las cargas es obvio que:  $\frac{b}{0} \text{ Mi. } \Delta x_i = M_g$ . La tesis y prueba de este importante y simple resultado es el teorema básico.

En particular si la directriz es una catenaria, la carga el peso propio, y consideramos un arco biempotrado, biarticulado, o, si forma parte de una batería de arcos, no consideramos el efecto de las perturbaciones de borde  $\frac{b}{0} \text{ Mi. } \Delta x_i = 0 \text{ (I)}$ .

Como los momentos en la generatriz genérica de la franja básica, que tiene realidad física, no son 0, tiene que haber, a lo largo de esa generatriz, variación de momentos y deformaciones que aseguren que se cumple la ecuación I.

Esto nos muestra que el suponer que cada franja de bóveda esté sostenida en el espacio por cortantes tangentes es solo una aproximación.

Al mismo resultado llegamos por el razonamiento siguiente: Si el único sostén de la franja fueran las cortantes tangentes, todas estas franjas de ancho uno, en una cáscara sometida solo a su peso propio, estarían sostenidas por cortantes iguales y tendrían, por tanto, momentos, fuerzas directas y deformaciones iguales\*. Pero la franja de apoyo resultará sometida a esfuerzos e.  $\tau$  apoyo.  $\Delta s$ , que, considerando para fijar ideas, una bóveda simplemente apoyada de luz

1, son  $\frac{1}{2}$  veces mayores que los de las franjas genéricas y de sentido contrario. En la Fig. 10 se

muestran los andamios de la deformada de la franja genérica con puntos y, con punto y raya, la deformada correspondiente a la franja de apoyo, en el caso de que los arranques puedan considerarse empotrados. Es obvio que no puede existir esa discontinuidad entre las franjas genéricas y la de apoyo; tienen que existir fuerzas que restablezcan la continuidad y corrijan el absurdo a que nos lleva el suponer que las franjas estén sostenidas solo por fuerzas tangentes  $\tau \cdot \Delta s$ .

Es obvio que los momentos, fuerzas directas y deformaciones de estas franjas, que podemos llamar genéricas, son iguales a los de la franja básica.

Las fuerzas correctoras solo pueden actuar en las caras verticales que separan una franja de la otra, e irán modificando la elástica de las franjas desde la de la básica (Fig. 11-c) hasta la del apoyo. (Fig. 11-a)

La hipótesis más simple en cuanto a su naturaleza y magnitud, que es la que haremos, es que sean proporcionales a la flecha de cada franja, actuando en sentido contrario al de esta flecha, según un diagrama de cargas proporcional a la elástica de la Fig. 11-c. Luego esta elástica debida a las fuerzas  $e \cdot \Delta z \cdot \Delta s$  es, a cierta escala, el diagrama de cargas de las fuerzas correctoras  $F_x$  que transforman la elástica de la franja básica, al medio de la luz, en la elástica de la franja sobre el apoyo.

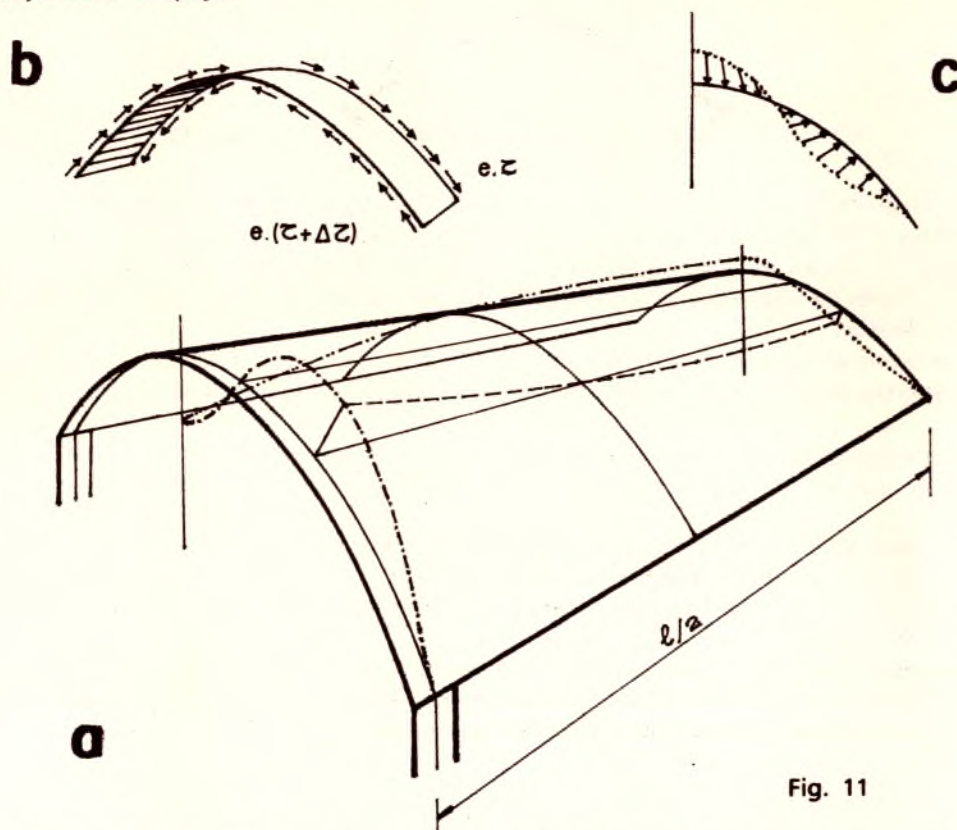


Fig. 11

Estas fuerzas tendrán entonces el mismo andamio, no los mismos valores, a lo largo de la generatriz, variando de la manera que se explica más adelante. De estos esfuerzos, según la dirección de las flechas de la elástica de las fuerzas  $e \cdot \Delta z \cdot \Delta s$ , hemos asumido solo el andamio; basta suponerles valor uno en la clave para que podamos calcular, a menos de una constante, los momentos y la elástica que de ellos se derivan y que resultan "semejantes" a los producidos por los  $e \cdot \Delta z \cdot \Delta s$ , entendiendo por semejante lo siguiente:

Aproximadamente en los mismos puntos son 0 los momentos en ambos casos.

Aproximadamente en los mismos puntos son 0 las ordenadas en ambos casos.

Son proporcionales en cada punto, con aproximación suficiente, los momentos y las ordenadas en ambos casos, siendo el mismo el coeficiente de proporcionalidad para momentos y ordenadas. Además resulta nula la suma de las componentes verticales de las fuerzas cuya línea de carga es la 11c, con lo que el introducirlas no cambia la sollicitación global sobre la viga. Estas fuerzas tienen sentido contrario a las flechas de la elástica debida a los  $e \cdot \Delta z \cdot \Delta s$ . A menos del sentido y de un factor a determinar, es intercambiable, con la aproximación usual en estructuras, para los momentos y las deformaciones, el efecto de los  $e \cdot \Delta z \cdot \Delta s$  y el de las fuerzas aplicadas a la franja de ancho 1 con una línea de cargas cuyas ordenadas sean propor-

cionales a las de elástica 11c. Llamamos  $\gamma$  (1) a este estado de carga suponiendo uno el valor de la carga en clave. En la Fig. 12 mostramos la citada semejanza para una cuerda cuatro veces la flecha.

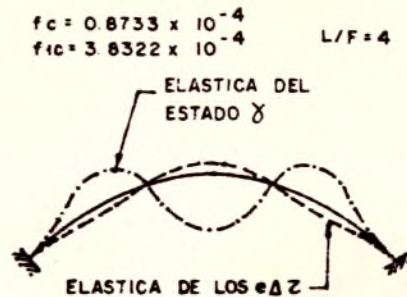


Fig. 12

Conviene insistir en que los efectos de los  $e \cdot \Delta Z \cdot \Delta s$  y el estado  $\gamma$  son semejantes para los momentos y las deformaciones, no para las fuerzas directas. Como veremos más adelante, al descomponer la cáscara en franjas y bandas, el estado  $\gamma$  nos permitirá definir la elástica de las bandas y, a través de ellas, obtener a lo largo de las generatrices, la variación de los momentos y las fuerzas directas.

Superponiendo la elástica debida a los  $e \cdot \Delta Z \cdot \Delta s$  y la debida al estado  $\gamma$  por el factor que corresponda para cada franja, tendremos una línea elástica semejante a la de la franja central.

Si hacemos esta superposición para cada franja sucesiva, a partir de la franja central y hacia el apoyo, la elástica de esta franja central cambiará gradualmente para transformarse en la del apoyo.

El cambio de la elástica, desde el centro de la cáscara al apoyo, no se debe solo a las fuerzas  $F_x$ , sino al conjunto de esfuerzos mostrados en C1, pero hacemos la hipótesis, que los resultados confirman, de que llegamos a resultados admisibles suponiendo que las fuerzas  $F_x$  son los únicos "correctores".

Basándonos en las consideraciones que anteceden se puede confirmar que, en la media bóveda de la Fig. 11, hay una directriz para la que todos los momentos y deformaciones son nulos, dos generatrices en que son nulas las deformaciones y cuatro en que son nulos los momentos.

(1) Es importante reiterar que las cargas del estado  $\gamma$  son proporcionales a las flechas de la elástica y deben ponerse con dirección y sentido. Solo así es nula la suma de sus componentes verticales. Cada elemento  $\Delta s$  debe cargarse con una carga vertical y otra horizontal, cada una proporcional a las correspondientes componentes del desplazamiento de  $\Delta s$ . Si se dibuja la elástica y se la toma como línea de carga usual, tomándose la carga sobre  $\Delta s$  como proporcional a la componente normal a la directriz, de la flecha, la suma de las componentes verticales del estado  $\gamma$  no es 0.

## II.f) La cáscara dividida en franjas y bandas interactuantes



Para cuantificar lo anterior y poder definir los momentos y fuerzas directas finales, supongamos la bóveda dividida, coherentemente con lo que antecede, en una serie de franjas separadas, de las que una es la franja de apoyo. Todas las franjas menos la del apoyo estarán sometidas a las cargas e  $\cdot \Delta \mathcal{Z} \cdot \Delta s$  según la tangente, a que nos referimos antes, con lo que todas sus elásticas serán iguales.

La franja de apoyo estará sometida a las cargas e  $\cdot \mathcal{Z}_{ap} \cdot \Delta s$ , que producirán deformaciones de igual andamio, de sentido contrario, y, en el caso de simple apoyo, 1/2 veces mayores. Podemos imaginar que la continuidad necesaria para pasar de la elástica de las franjas genéricas, todas iguales a la franja básica, a la de la franja de apoyo, se restablezca mediante bandas paralelas a las generatrices, que tendrán inercia prácticamente igual a la de la franja, si las hacemos de igual ancho. (Exactamente igual si el material es homogéneo en los dos sentidos, como el hormigón armado. Si el material es cerámico hueco, la igualdad de las inercias de franja y banda es solo aproximada). Estas bandas aplican a las franjas esfuerzos  $F_x$  en su eje según la dirección de las flechas de la directriz, de sentido contrario a estas flechas, que admitimos que son las del estado  $\mathcal{X}$  por un número variable a lo largo de la generatriz.

Hacemos notar que nuestra hipótesis supone que todas las bandas actúan sobre todas las franjas a la vez y que actúan de modo que sus esfuerzos sobre las franjas son los que da el estado  $\mathcal{X}$  por un factor constante,  $\alpha$ , para cada franja. Esto quiere decir que si una banda cualquiera, por ej. la de la clave, aplica a una franja  $f$  un esfuerzo  $\alpha$  en la clave, todas las otras bandas aplicarán a la franja  $f$ , en el punto en que la interceptan esfuerzos según el estado  $\mathcal{X}$  por  $\alpha$ . Como dijimos, podemos asumir con gran aproximación, que la elástica del estado  $\mathcal{X}$ , y, por consiguiente, la del estado  $\alpha \mathcal{X}$ , es semejante a la 11-c,  $\therefore$  considerando un punto cualquiera,  $P$ , de la directriz su flecha, debida al estado  $\alpha \mathcal{X}$ , es proporcional a la que le corresponde en la Fig. 11-c. Pero también la carga que, en  $P$ , aplica el sistema  $\alpha \mathcal{X}$  a la franja, es proporcional a la misma flecha. Hay entonces proporcionalidad entre la flecha de la franja  $P$  y la carga que la banda que pasa por  $P$  aplica, en  $P$ , a la franja, siendo por construcción, el mismo, el coeficiente de proporcionalidad cualquiera que sea el punto considerado en la directriz. Cada franja reacciona sobre la banda que la intercepta en  $P$ , con una fuerza proporcional a la deformación de  $P$ , luego cada banda puede considerarse apoyada sobre un medio resiliente constituido por las franjas, siendo obvia la constancia a lo largo de la generatriz, de la relación entre la fuerza aplicada al medio resiliente y la deformación de este, con lo que cada banda es una "viga sobre fundación elástica" siendo entonces posible utilizar los resultados de esa vieja y fértil teoría tan notablemente codificados por Hétenyi.

Para que lo que acabamos de decir fuera inobjetable tendrían que ser 0 los descensos de los arranques de las franjas. Esto es lo que aproximadamente sucede ya que con la precompresión, indispensable en grandes estructuras que son aquellas para las que se justifica el cálculo de los  $M \varphi$ ,  $N \varphi$  y  $M_x$ , las flechas de las generatrices  $AA'$ ,  $BB'$ ... son prácticamente nulas ya que tenemos ascensos o descensos de muy pequeño valor, del orden de  $10^{-5}$  de la luz en los casos prácticos.

Es obvio que, para calcular los momentos y fuerzas directas en cada banda, podemos trabajar con cualquier banda, pero, teniendo en cuenta como hemos definido el estado  $\mathcal{X}$ , es natural que elijamos la banda de clave. Como dijimos, las bandas deben restablecer la continuidad; por lo tanto la banda de clave ejercerá sobre la franja de apoyo, un esfuerzo  $X$  hacia arriba recibiendo de ella, desde luego, el mismo esfuerzo hacia abajo. Basta calcular  $X$  para tener resuelto el problema que nos hemos propuesto.

## II.g. Estudio de la Banda de Clave — Cálculo de X

Sean:

$f_c$  la flecha en clave de la franja de ancho uno bajo los e. $\Delta\tau$ . $\Delta s$ .

$f_{ic}$  la flecha en clave de la franja de ancho uno con el estado de cargas  $\delta$ . Como la carga en clave de este estado es 1, la constante de la fundación elástica es:  $K = \frac{1}{f_{ic}}$ , que, por lo que llevamos dicho, es la misma cualquiera sea la banda que elijamos.

b el ancho del apoyo

X el esfuerzo hacia abajo que ejerce la franja de apoyo de la Fig. 11, supuesta de ancho uno, sobre la banda de clave.

$\delta$  la deformación de la banda de clave, en el punto de aplicación de X, para una carga igual a uno. Por ejemplo, para la estructura de la Fig. 11,  $\delta$  sería la deformación de la banda de clave en el caso de la Fig. 13 (a) que es del mismo orden que la deformación de la banda de clave en el caso de la Fig. 13 (b).

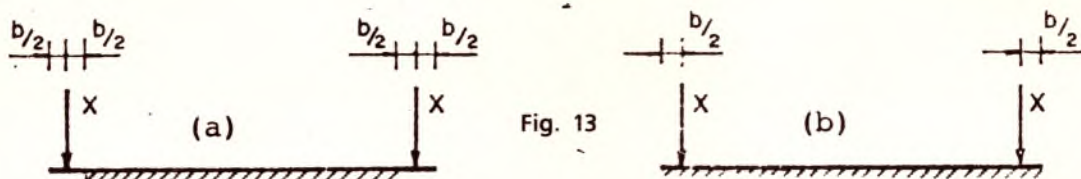


Fig. 13

Si tuviéramos volados iguales el esquema de apoyo sería el mismo de la Fig. 13 b con la luz del volado en lugar de  $b/2$ . Si los volados fueran desiguales aparecerían dos incógnitas, X e Y, y tres deformaciones a considerar  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  y  $\delta_{xy}$  (Fig. 14).

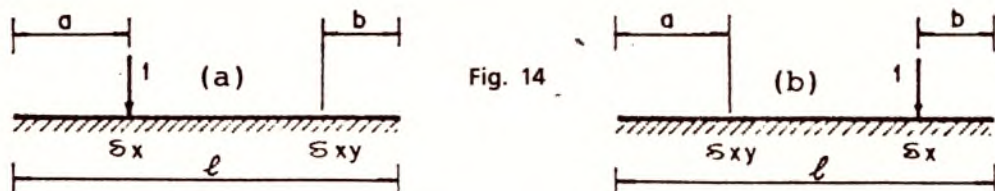


Fig. 14

Como veremos luego  $\delta$  es muy pequeño frente a  $f_{ic}$ , y, por la forma en que interviene en la expresión de X, puede despreciarse. Discutimos su significado solo para aclarar el proceso de cálculo de X.

Sobre el apoyo descarga, sin generar deformaciones ni flexiones debidas a las fuerzas internas, la carga  $b p$ . La franja de apoyo recibe, a través de los rasantes  $\tau$ , cargas cuya componente vertical es la reacción R sobre el apoyo. Las fuerzas que producirán deformaciones y flexiones debidas a las fuerzas internas serán proporcionales a  $R \cdot b \cdot p$ . Como  $f_c$  es la flecha en clave correspondiente a una carga  $p$  y un ancho uno, la clave de la franja de apoyo de ancho  $b$

se deformaría hacia abajo, si no actuaran las bandas,  $\frac{R-bp}{p} \cdot \frac{f_c}{b}$ .

La deformación de la franja de apoyo debida a un estado proporcional al  $\delta$ , cuya carga en clave es X, vale:

$$\frac{X}{b} \cdot f_{1c} \text{ hacia arriba.}$$

Luego el descenso de la clave de la franja de apoyo, referido a la horizontal de clave de la estructura no deformada será:

$$\frac{1}{b} \cdot \left( \frac{R-bp}{p} \cdot f_c - X f_{1c} \right)$$

Calculemos el mismo descenso a partir de la banda de clave: Imaginemos el conjunto de franjas independientes de la Fig. 11, sometidas a la acción de las fuerzas internas. Sus claves estarán  $f_c$  sobre la horizontal correspondiente a las claves no deformadas. Al aplicar a la banda de clave la interacción X, tendremos, en correspondencia con X, un descenso  $X \cdot \delta$ .  $\therefore$  el descenso sobre el apoyo de la banda de clave, respecto a la horizontal de las claves no deformadas, será:

$$X \cdot \delta - f_c \therefore \left( \frac{R}{p} - b \right) f_c - X \cdot f_{1c} = (X \cdot \delta - f_c) b \therefore$$

$$X = \frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{1c} + b \cdot \delta}$$

Como veremos en los ejemplos  $\delta$  es muy pequeño frente a  $f_{1c}$  y b es del orden de 1; resulta, entonces, una muy buena aproximación, poner:

$$X = \frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{1c}} \quad (1)$$

## II.h. Variación de los momentos y fuerzas directas debidos a las fuerzas internas, a lo largo de las generatrices

Según lo que antecede la banda de clave es una viga sobre fundación elástica de constante  $K = \frac{1}{f_{1c}}$ , sometida a una carga  $X_i$  en correspondencia con el apoyo genérico i.

Sean:  $M_p$  el momento en el punto P de una franja cualquiera, a la distancia x del extremo de la cáscara, cuya flecha de clave fuera  $y_c$ , contada positivamente hacia abajo.

$M_{op}$  el momento en el correspondiente punto P de la franja básica.

La flecha de clave será  $f_c - y_c$ , hacia arriba, y como la relación de los momentos es la relación de las flechas podremos poner:

$$M_p = \frac{f_c - y_c}{f_c} M_{op} = \left( 1 - \frac{y_c}{f_c} \right) M_{op}$$

La expresión II.g.1 tiene una aproximación más que suficiente como se verá en los ejercicios. Usándola podemos calcular las incógnitas  $X_i$  en el apoyo que les corresponda, independientemente de los otros apoyos, y con los  $X_i$  podemos obtener  $y_c/f_c$  en función de x.

Los momentos, fuerzas directas y componentes horizontal y vertical de la reacción de apoyo, debidas a las fuerzas internas e.  $\Delta \tau$ ,  $\Delta s$ , en una franja cualquiera, serán las correspondientes a estas fuerzas en la franja básica por el mismo factor  $1 - \frac{y_c}{f_c}$ .

Conviene insistir en que el estado  $\chi$  nos ha permitido mostrar, mediante el proceso que hemos explicado, que cada franja de cáscara estará sometida, además del estado de momentos, fuerzas directas y reacciones correspondientes a los pesos, a momentos, fuerzas directas y reacciones que son los de la franja básica por  $1 - \frac{y_c}{f_c}$ .

En los nudos extremos, en la intersección de las bóvedas con las chapas de borde, esa reacción horizontal debe ser resistida por la chapa de borde. Como predomina, en la zona central de esta chapa de borde, la reacción debida a los  $e.\Delta\zeta$   $\Delta$  s frente a la de los pesos, su momento flector extiende la generatriz de contacto de la chapa con la bóveda y la armadura o precomposición que allí se disponga, debe ser la suma de la necesaria por la flexión de la bóveda más la que corresponda a la flexión de la chapa de borde.

Consideremos una banda de clave y la acción sobre ella de una franja de apoyo a la que corresponde una fuerza  $X = \frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{ic}}$ .

La deflexión en un punto cualquiera a la distancia  $x$  del extremo de la cáscara se obtiene con expresiones de la forma:  $y_c = \frac{X \cdot \lambda}{K} \cdot \varphi(x)$ , en que  $\varphi(x)$  es una función de  $x$  que podemos obtener en el Hetenyi para cualquiera de los casos concretos que se nos puedan presentar, y

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI_{banda}}}$$

Sustituyendo  $X$  por su valor y recordando que  $K = \frac{1}{f_{ic}}$  tengo:  $\frac{y_c}{f_c} = \frac{R}{p} \cdot \lambda \cdot \varphi(x)$ .

Dibujando en función de  $x$  como absisa la expresión  $\frac{y_c}{f_c}$  o  $1 - \frac{y_c}{f_c}$  visualizamos como varían los momentos, fuerzas directas y reacciones horizontales debidos a las fuerzas internas.

Es obvio que se cumplen para los momentos, fuerzas directas y reacciones expresiones del tipo:  $\frac{M_p'}{M_p} = \frac{M_o \cdot p'}{M_o \cdot p}$   $\therefore$  conocido el andamiaje de un parámetro en la franja básica, es inmediato conocerlo en una franja cualquiera.

Teniendo en cuenta que las necesidades de la obra imponen zonas con armadura uniforme, en nuestra práctica constructiva no se dispone sobre el apoyo la armadura correspondiente al máximo momento, que se tendrá para el  $\frac{y_c}{f_c}$  del apoyo, sino la que resulta del momento medio de la zona definida por dos rectas a  $60^\circ$ , en un plano vertical que contenga los apoyos comunes a un mismo valle, que parta de los bordes del apoyo que estamos considerando y llegue a la altura de la horizontal de clave\*. Desde luego esta armadura se dispone en todo el ancho que acabamos de definir.

En la discusión que sigue, por convención, consideramos positivos los momentos que extienden el intradós y las fuerzas directas de compresión.

Tendremos entonces en una cáscara cuatro zonas de armadura:

- 1.- La zona que puede armarse como la franja básica que es la mayoría de la superficie de la cáscara. En efecto, por razones constructivas, la franja básica tiene una armadura mínima, prácticamente simétrica, lo que hace que esta armadura sirva para toda aquella zona en que los momentos  $M \varphi$  son los de la franja básica o los de esta cambiados de signo (zona, además, de bajos rasantes).
- 2.- La zona de apoyo definida como acabamos de hacerlo y armada en consecuencia.

\* Ver Fig. pág. 74, abajo.

- 3.- Las zonas aledañas al punto en que  $y = 0$ , hacia el centro de la cáscara o cerca del extremo de cada volado, en que los momentos son algo mayores que los de la franja básica. Los límites de validez de lo aquí expresado sucintamente y el modo de proceder se terminarán de aclarar en los ejercicios. Debe tenerse en cuenta, además, que, como veremos enseguida, debemos superponer a la acción de los  $M \varphi$ ,  $N \varphi$ , el efecto de los rasantes que se producen en el trabajo de la cáscara como viga.
- 4.- Para losas de borde de ancho constante,  $R/p$  es independiente del valle, intermedio o extremo, que se considere. Si el espesor de la cáscara es también constante sucede lo mismo con  $\lambda$ . En estas hipótesis, que son las usuales, también sucederá lo mismo con la variación de los parámetros  $M \varphi$ ,  $N \varphi$  y el esfuerzo horizontal sobre la chapa de borde, debidos a los  $e \cdot \Delta \tau$ ,  $\Delta s$ .

## II.i. Coexistencia del estado $M \varphi$ , $N \varphi$ con los rasantes debidos al trabajo de la cáscara como viga.

Como resultado del análisis que antecede tendremos  $M \varphi$  y  $N \varphi$  en el número que juzguemos suficiente de secciones, correspondientes a las distintas zonas que hemos caracterizado en la cáscara.

Con los valores que se dan en la práctica, basta, como es usual en otras estructuras presoflexadas, considerar los casos en que tenemos  $M \varphi$  máx. ( $> 0$  o  $<$  que cero) con el  $N \varphi$  correspondiente.

En particular, en la zona de apoyo, la presoflexión transversal de parámetros  $M \varphi$ ,  $N \varphi$ , tiene, a su vez, zonas muy claras (como se verá en los ejercicios), que son:

- 1.- La zona de los arranques con  $M \varphi > 0$  y  $N \varphi$  de compresión, donde los rasantes son nulos o muy pequeños, pudiendo por consiguiente dimensionarse la sección, sin más, con los valores de  $M \varphi$  y  $N \varphi$  que resultan de los correspondientes diagramas y tablas.
- 2.- La zona de clave con  $M \varphi > 0$  y  $N \varphi$  de tracción donde los rasantes son también nulos o muy pequeños, valiendo la observación del párrafo anterior.
- 3.- La zona de los riñones donde  $M \varphi < 0$  (o eventualmente  $> 0$  pero mínimo, cosa que puede suceder en el arco extremo de una batería de bóveda) y  $N \varphi$  de compresión. En esta zona tenemos las máximas tensiones principales de tracción que se derivan del trabajo de la cáscara como viga y es entonces inevitable que las armaduras que resulten de nuestro dimensionado deban resistir la combinación de la acción de  $M \varphi$ ,  $N \varphi$ , con el efecto de las tensiones principales de tracción.

La sección transversal de la cáscara, trabajando como viga, está sometida a presoflexión en las estructuras precomprimidas, y, como ya hemos dicho, todas las estructuras importantes deben precomprimirse. Por consiguiente tendremos, en tantas secciones como queramos:

- 1.- El diagrama de las tensiones  $\sigma_x$ , tensiones de compresión de andamio trapezoidal.
- 2.- El diagrama de las tensiones rasantes  $\tau$ . Para estas tensiones hacemos la hipótesis, aproximada pero que induce un error pequeño, de que su andamio entre los puntos de  $\tau = 0$  y el de  $\tau$  máx. que corresponde al c. de gravedad, sea parabólico. Tenemos entonces el diagrama de los  $\tau$ .
- 3.- Con  $\sigma_x$  y  $\tau$  determinamos el diagrama de las tensiones principales  $\sigma_c$  y  $\sigma_t$ . Nos interesa la tensión de tracción máxima  $\sigma_t$  máx. que se produce, siempre, prácticamente en correspondencia con  $G$ , en la zona del riñón. La máxima fuerza de tracción correspondiente será:  $F = \sigma_{t \text{ máx.}} \cdot e$ , donde  $\sigma_{t \text{ máx.}}$  es la máxima tensión de tracción en  $T/m^2$  y  $e =$  espesor equivalente en m.

Esa máxima tracción coincide con la zona en que se producen los máximos  $M \varphi < 0$ . Hagamos, en esta zona donde tenemos los máximos  $M \varphi < 0$  (riñón de la franja de apoyo) y las tensiones principales  $\sigma_{T\text{máx.}}$ , un corte análogo al que hacemos en las vigas siguiendo a Mörsch: (Fig. 15).

Sobre AC actúa una fuerza  $\frac{\sigma_{T\text{máx.}} e}{\cos \beta}$  y como  $AC = \frac{1}{\cos \beta}$  la armadura transversal debe resistir, además de  $M \varphi$ ,  $N \varphi$ , una fuerza de tracción  $\sigma_{T\text{máx.}} e$ .  $\therefore$  la sección debe dimensionarse para resistir un momento  $M \varphi$  y una fuerza directa  $N = N \varphi - \sigma_{T\text{máx.}} e$ .

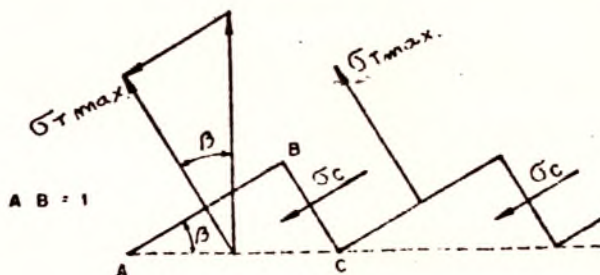


Fig. 15

Este cálculo nos lleva a una armadura superior a la que obtendríamos considerando solo  $M \varphi$  y  $N \varphi$ .

De una manera análoga a la que usamos en la zona de apoyo estudiaríamos la coexistencia de la presoflexión transversal con las tensiones principales de tracción en las otras zonas de la cáscara.

En cáscaras de grandes dimensiones hemos resistido las tensiones principales de tracción, en la zona de apoyos, con precompresión. Esta precompresión tiende a disminuir los  $M \varphi$ , ya que genera esfuerzos normales a la bóveda que se oponen a las deformaciones que generan los  $e \cdot \Delta \tau \cdot \Delta s$ , y a aumentar los  $N \varphi$ .

La realidad muestra un muy buen acuerdo con los procedimientos de cálculo aquí reseñados, aunque creemos que toda la teoría que vamos exponiendo requiere una mayor discusión cuando se llega al dimensionado detallado.

## II.j. Momentos $M_x$ en las bandas y coexistencia de $M_x$ con $N_x$

Para la banda de clave tendremos:

$M_x = \frac{X}{2 \lambda} \cdot \Phi(x)$  en que las expresiones  $\Phi(x)$  figuran en el Hétényi y  $X$  es la interacción entre banda y franja de apoyo, en la clave de esta franja.

$$\text{Luego: } M_x = \frac{R}{P} \cdot \frac{f_c}{f_{tc}} \cdot \frac{1}{2 \lambda} \cdot \Phi(x)$$

Obtenida la expresión de los  $M_x$  en la banda de clave calculamos con C.8, los  $M_x$  correspondientes a cualquier banda.

Estos  $M_x$  coexisten, en cada banda, con las tensiones  $N_x$  de compresión, ya que, en todo lo que antecede, suponemos que la estructura se precomprime y no hay zonas traccionadas.

Como veremos en los ejemplos 1 y 3 hay casos en que los mayores momentos  $M_x$ , que son  $> 0$ , se nos dan en correspondencia con la carga, donde se produce una discontinuidad, que resulta de suponer una aplicación puntual de las fuerzas del estado  $\chi$ , lo que es irreal y muy desfavorable. Basta recordar que, cuando estudiamos la zona de apoyo, admitimos que podíamos dimensionarla para los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  medios que allí definimos. Coherentemente, admitimos en esos casos dimensionar las bandas para  $M_x$  "redondeados" de la manera que solo la forma de su diagrama nos puede sugerir, como veremos en los ejercicios.

En otro caso (ejemplo 2) los máximos  $M_x$  son  $< 0$  y la propia forma del diagrama nos da el momento máximo con que debemos dimensionar.

Estos  $M_x$  coexisten con las fuerzas  $N_x = \sigma_x$  e que se tienen por el trabajo de la cáscara como viga.

La forma de los diagramas de  $M_x$  nos muestra que necesitamos refuerzo solo en la proximidad del apoyo.

## II.k. Secuencia de cálculo del período definitivo

- 1.- Con el corte de la Fig. 5 determinamos la carga sobre los valles y los momentos, fuerzas directas y empujes horizontales debidos a los pesos.
- 2.- Podemos con ello estudiar las vigas correspondientes a los valles intermedios y extremos.
- 3.- Con los resultados de 1 podemos calcular, en la franja básica, y para cada arco del corte 5, los momentos, fuerzas directas y empujes horizontales, debidos a las fuerzas internas.
- 4.- Componiendo los resultados de 1 y 3 tenemos los momentos, fuerzas directas y empujes horizontales totales de la zona uno, cuyos  $M\varphi$ ,  $N\varphi$ , debidos a las fuerzas internas, son los de la franja básica. Como sabemos, el empuje total en los valles extremos es hacia adentro y la precompresión de este valle debe prever la suma de la necesaria, entre apoyos, para la bóveda y la necesaria para la chapa extrema.
- 5.- Calculamos  $\frac{y_c}{f_c}$ , lo que nos permite determinar la variación a lo largo de la cáscara de  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  y los empujes horizontales, debidos a las fuerzas internas.
- 6.- Superponiendo los resultados de 1 y 5 tendremos los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  y empujes horizontales finales en cualquier franja. De 2 sacamos todo lo necesario para determinar las tensiones principales de tracción que puedan coexistir con el estado  $M\varphi$  máx. y  $N\varphi$  correspondiente.

Estudiamos la coexistencia indicada en II.i y dimensionamos en consecuencia.

- 7.- Con el diagrama de cargas definitivas sobre la chapa de borde calculamos sus momentos y determinamos la p.c. a prever por este concepto en la arista extrema.
- 8.- Determinamos los  $M_x$  y estudiamos su coexistencia con  $N_x$ .

### III. EFECTOS SECUNDARIOS

#### a. Temperatura

En el sentido transversal la batería de bóvedas puede ser tan ancha como se quiera, siempre que los esfuerzos horizontales se resistan con contrafuertes en los extremos y se prevean en los pilares intermedios.

En efecto: Las variaciones térmicas solo provocarán pequeños cambios de la flecha que modifican muy poco los momentos.

La observación que antecede vale también para el caso de que los esfuerzos horizontales se resistan con tensores pero, en este caso, debe preverse la variación de longitud de estos tensores que provocará flexión en los pilares.

En el sentido longitudinal hay que tener en cuenta que la cáscara con sus pilares de apoyo funciona como un pórtico cuyo dintel tiene, frente a los pilares, una rigidez tan grande que estos pueden suponerse empotrados en el apoyo de la cáscara y sometidos, si se produce una dilatación  $\delta$ , a un momento  $\frac{6EI \delta}{l^2}$  en caso de que puedan, como es usual, suponerse empotrados en la fundación.

Esto que decimos ha sido fehacientemente probado en los ensayos.

El momento inducido a los pilares es pequeño frente a los momentos debidos al peso propio en la bóveda, que se calcula siempre como simplemente apoyada, pero, localmente, en el apoyo mismo, pueden producirse esfuerzos, que, en el caso de cáscaras muy largas deben estudiarse cuidadosamente.

#### b. Viento

El viento sobre las paredes normales a las generatrices puede resolverse de muchas maneras, incluso apoyándolas con apoyos corredizos en la bóveda misma que transmitirá la carga a los pilares; las distintas soluciones posibles no necesitan discutirse aquí porque no son propias de este tipo de estructura.

El viento sobre las paredes laterales puede estudiarse suponiéndolas apoyadas en las chapas extremas que deberán resistir este suplemento de esfuerzo, como presión o como succión, superpuesto al efecto de las cargas fijas.

El viento sobre las bóvedas debe calcularse con las normas usuales. Para resistirlo debe suponerse la bóveda con el corte de la Fig. 5.

Los esfuerzos que se tienen en la bóveda misma no obligan a reforzar la armadura si se admite que se incrementen las tensiones admisibles; los incrementos que resultan son muy inferiores a los que admiten las normas.

Tampoco las "vigas" formadas por la bóveda misma sufren modificaciones de entidad en sus tensiones.

#### c. Nieve

Siendo la nieve tan poco común en Uruguay, Brasil y las zonas de Argentina donde se han construido estas bóvedas (recuerdo un solo caso en Uruguay de una bóveda con 50 cm. de nieve que duró tres días y era esponjosa y de muy poco peso) no tenemos experiencia directa de su acción sobre las bóvedas, pero por lo que conozco de las normas de otros países descuento que considerarla solo supondrá refuerzo de armadura y precompresión.

#### IV. USO DE OTRAS DIRECTRICES

Con los métodos constructivos explicados está impuesta la directriz catenaria. Pero nada impide, usando los métodos constructivos corrientes, adoptar otras directrices para una estructura, que, globalmente, fuera análoga a la que usamos.

Las consideraciones de C.1, con oportunos retoques, seguirán siendo válidas y habría que rehacer, para la nueva directriz, todo el trabajo que suponen las herramientas de cálculo codificadas desde C.2 a C.11.

#### V. ESPESORES VARIABLES. ARCOS DE RIGIDEZ.

Todos nuestros desarrollos suponen espesor constante; al necesitarse sobreespesores tendríamos que proceder a un recálculo (teniendo en cuenta que las bandas no serían de inercia constante) lo que nos llevaría a un procedimiento de aproximaciones sucesivas. No hemos procedido así en la práctica, sino que hemos admitido, sin inconveniente, que los parámetros obtenidos en la hipótesis de espesor constante eran válidos aunque los espesores fueran variables dentro del orden de los que veremos en los ejercicios. Incluso en un caso particular tomamos en cuenta la variación de espesores haciendo el correspondiente recálculo, sin obtener diferencias importantes. Sería de interés proseguir la investigación corroborando este resultado parcial o precisando más en qué casos será válida la simplificación que hemos usado en la práctica.

Aunque hemos usado poco los arcos de rigidez, puede ser en algún caso conveniente sustituir con ellos sobreespesores demasiado grandes que pudieran necesitarse en los apoyos.

Los arcos de rigidez usados han sido de poca altura y gran ancho, lo que es coherente con la filosofía implícita en todos estos desarrollos, aunque nada impediría el uso de arcos de rigidez normales.

#### TABLAS PARA DIRECTRIZ CATENARIA

Estas tablas sirven:

- 1.- Para dibujar la catenaria conociendo la cuerda y la flecha.

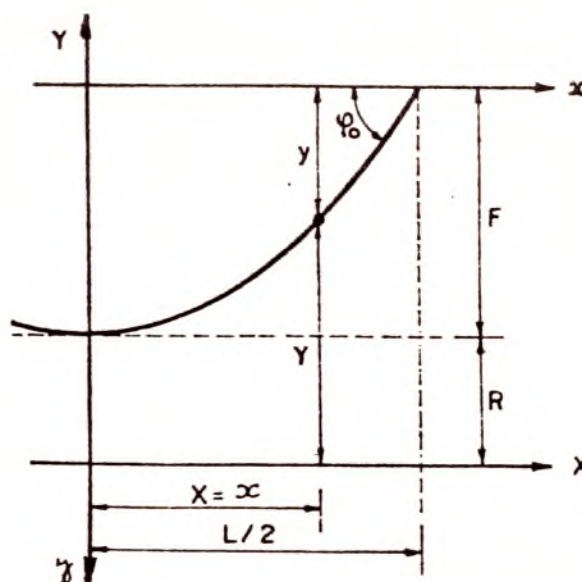


Fig. 16

La ecuación de la catenaria es: (Fig. 16)  $Y = R \cdot \text{ch} \frac{X}{R}$  donde R es el parámetro de la catenaria, igual al radio de curvatura en la clave.

Para calcular el parámetro necesitamos resolver por tanteos la ecuación trascendente.

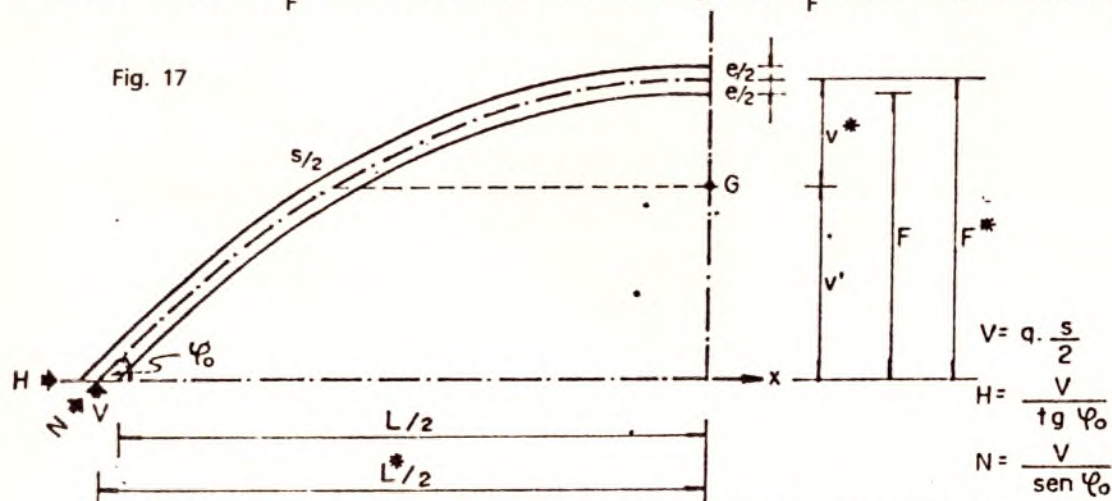
$$R + F = R \cdot \operatorname{ch} \frac{L}{2R}$$

Calculado R es inmediata la determinación de las Y.

Para las distintas relaciones L/F las filas 15 a 33 dan, para cada x expresado como fracción de  $\frac{L}{2}$  el valor que, multiplicado por F, nos da la y correspondiente.

Hay que tener en cuenta, que, por razones constructivas, lo que se da en obra son los valores L y F del intradós. A partir de ellos se calcula el  $\varphi_0$  del intradós, prácticamente igual al de la línea de los c. de g. de las secciones. Es fácil entonces obtener L y F de la línea de los c. de g. que es la que intervendrá en todos los cálculos correspondientes a las bóvedas autoportantes.

En los casos reales  $\frac{L}{F}$  del intradós es prácticamente igual al  $\frac{L}{F}$  de la línea de los c. de g..



Llamamos  $L^*$  y  $F^*$  a la cuerda y a la flecha de la línea de los c. de g. Se puede demostrar que si el intradós es una catenaria también lo es, con gran aproximación, la línea de los c. de g. En la práctica usamos las tablas para definir el intradós, con lo que la línea de los c. de g. es con gran aproximación una catenaria.

Las tablas pueden usarse para definir la geometría de todo tipo de catenarias por eso se han calculado desde  $\frac{L}{F} = 15$ , hasta  $\frac{L}{F} = 0,6$ .

## 2.- Para obtener los parámetros de la bóveda autoportante.

Para las cáscaras autoportantes solo son usuales valores de  $\frac{L}{F}$  entre 4 y 2. Sin embargo la fila  $\mu x$  puede usarse si se quiere un cálculo más exacto, punto por punto de  $\tau$ .

En lo que sigue suponemos que trabajamos con  $L^*$  y  $F^*$ .

La 2a. fila de la relación entre  $L/2$  y el radio de curvatura R en la clave, que es el parámetro  $\Theta$  que usamos reiteradamente en los "Complementos" que siguen.

Las filas 3, 4, 5 y 6 dan todos los datos respecto a  $\varphi_0$ , la 7a.  $R/F$ .

La 8a. el momento estático de la catenaria de espesor e respecto a  $x - x$ ,  $\mu x$ .

La 9a.  $S/L$ , donde S es el desarrollo.

La 10a. la posición del c. de g. respecto a  $x - x$ .

La 11a. el momento de inercia respecto a  $x - x$ .

La 12a. este momento respecto a la paralela a  $x - x$  por G,  $I_G$ .

La 13a.  $W_i = \frac{I}{V_i}$  y la 14a. el momento estático respecto a G,  $\mu_G$ .

Estas tablas fueron programadas, por primera vez en 1967 en el C. de Computación de la Fac. de Ingeniería de la Universidad de Montevideo, por los Ingenieros A. Ramos y L. Saravia.

## **TABLAS PARA DIRECTRIZ CATENARIA**

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 15.00000 | 14.90000 | 14.80000 | 14.70000 | 14.60000 | 14.50000 | 14.40000 | 14.30000 | 14.20000 | 14.10000 |
| $\theta = L/2$          | 0.26511  | 0.26687  | 0.26865  | 0.27046  | 0.27229  | 0.27414  | 0.27602  | 0.27793  | 0.27986  | 0.28182  |
| $Tg \varphi_0$          | 0.26823  | 0.27005  | 0.27189  | 0.27377  | 0.27566  | 0.27759  | 0.27954  | 0.28152  | 0.28353  | 0.28556  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 15.01485 | 15.11214 | 15.21068 | 15.31049 | 15.41159 | 15.51401 | 15.61778 | 15.72291 | 15.82944 | 15.93740 |
| $\sin \varphi_0$        | 0.25907  | 0.26071  | 0.26237  | 0.26405  | 0.26575  | 0.26747  | 0.26922  | 0.27099  | 0.27277  | 0.27459  |
| $\cos \varphi_0$        | 0.96586  | 0.96542  | 0.96497  | 0.96451  | 0.96404  | 0.96357  | 0.96308  | 0.96258  | 0.96208  | 0.96156  |
| R/F                     | 28.29011 | 27.91634 | 27.54508 | 27.17630 | 26.81003 | 26.44626 | 26.08498 | 25.72621 | 25.36994 | 25.01616 |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 10.08232 | 10.01620 | 9.95008  | 9.88397  | 9.81787  | 9.75178  | 9.68570  | 9.61962  | 9.55355  | 9.48749  |
| S/L                     | 1.01176  | 1.01191  | 1.01207  | 1.01224  | 1.01240  | 1.01257  | 1.01275  | 1.01292  | 1.01310  | 1.01329  |
| $v'/c$                  | 0.66435  | 0.66431  | 0.66428  | 0.66425  | 0.66422  | 0.66419  | 0.66415  | 0.66412  | 0.66408  | 0.66405  |
| $Ix/ef^*3$              | 8.05376  | 8.00078  | 7.94780  | 7.89483  | 7.84188  | 7.78892  | 7.73596  | 7.68302  | 7.63007  | 7.57714  |
| $Iy/ef^*3$              | 1.35562  | 1.34687  | 1.33813  | 1.32939  | 1.32066  | 1.31193  | 1.30319  | 1.29446  | 1.28572  | 1.27700  |
| $W1/ef^*2$              | 2.04053  | 2.02746  | 2.01439  | 2.00133  | 1.98830  | 1.97524  | 1.96218  | 1.94915  | 1.93609  | 1.92306  |
| $\mu_{g/ev} * 2$        | 17.34188 | 17.22656 | 17.11125 | 16.99594 | 16.88063 | 16.76532 | 16.65002 | 16.53472 | 16.41942 | 16.30412 |
| $x' = 0,1$              | 0.99751  | 0.99751  | 0.99751  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  |
| $x' = 0,2$              | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99006  | 0.99007  |
| $x' = 0,3$              | 0.97763  | 0.97763  | 0.97763  | 0.97763  | 0.97764  | 0.97764  | 0.97764  | 0.97764  | 0.97764  | 0.97765  |
| $x' = 0,4$              | 0.96022  | 0.96023  | 0.96023  | 0.96023  | 0.96024  | 0.96024  | 0.96024  | 0.96025  | 0.96025  | 0.96025  |
| $x' = 0,5$              | 0.93784  | 0.93785  | 0.93785  | 0.93786  | 0.93786  | 0.93787  | 0.93787  | 0.93788  | 0.93788  | 0.93789  |
| $x' = 0,6$              | 0.91048  | 0.91048  | 0.91049  | 0.91050  | 0.91050  | 0.91051  | 0.91052  | 0.91053  | 0.91053  | 0.91054  |
| $x' = 0,7$              | 0.87813  | 0.87814  | 0.87814  | 0.87815  | 0.87816  | 0.87817  | 0.87818  | 0.87819  | 0.87820  | 0.87821  |
| $x' = 0,8$              | 0.84078  | 0.84080  | 0.84081  | 0.84082  | 0.84083  | 0.84084  | 0.84085  | 0.84086  | 0.84087  | 0.84089  |
| $x' = 0,9$              | 0.79844  | 0.79846  | 0.79847  | 0.79848  | 0.79849  | 0.79851  | 0.79852  | 0.79854  | 0.79855  | 0.79857  |
| $x' = 1,0$              | 0.75110  | 0.75111  | 0.75112  | 0.75114  | 0.75115  | 0.75117  | 0.75119  | 0.75120  | 0.75122  | 0.75124  |
| $x' = 1,1$              | 0.69873  | 0.69875  | 0.69877  | 0.69878  | 0.69880  | 0.69882  | 0.69884  | 0.69885  | 0.69887  | 0.69889  |
| $x' = 1,2$              | 0.64135  | 0.64136  | 0.64138  | 0.64140  | 0.64142  | 0.64144  | 0.64146  | 0.64148  | 0.64150  | 0.64152  |
| $x' = 1,3$              | 0.57893  | 0.57894  | 0.57896  | 0.57898  | 0.57900  | 0.57902  | 0.57904  | 0.57907  | 0.57909  | 0.57911  |
| $x' = 1,4$              | 0.51146  | 0.51148  | 0.51150  | 0.51152  | 0.51154  | 0.51156  | 0.51158  | 0.51160  | 0.51163  | 0.51165  |
| $x' = 1,5$              | 0.43894  | 0.43896  | 0.43898  | 0.43900  | 0.43902  | 0.43904  | 0.43906  | 0.43908  | 0.43910  | 0.43912  |
| $x' = 1,6$              | 0.36135  | 0.36136  | 0.36138  | 0.36140  | 0.36142  | 0.36144  | 0.36146  | 0.36148  | 0.36150  | 0.36152  |
| $x' = 1,7$              | 0.27867  | 0.27869  | 0.27870  | 0.27872  | 0.27874  | 0.27875  | 0.27877  | 0.27879  | 0.27881  | 0.27882  |
| $x' = 1,8$              | 0.19090  | 0.19091  | 0.19092  | 0.19094  | 0.19095  | 0.19096  | 0.19098  | 0.19099  | 0.19100  | 0.19102  |
| $x' = 1,9$              | 0.09801  | 0.09802  | 0.09803  | 0.09804  | 0.09805  | 0.09806  | 0.09807  | 0.09808  | 0.09809  | 0.09810  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 14.00000 | 13.90000 | 13.80000 | 13.70000 | 13.60000 | 13.50000 | 13.40000 | 13.30000 | 13.20000 | 13.10000 |
| $\theta = L/2R$         | 0.28380  | 0.28582  | 0.28786  | 0.28992  | 0.29204  | 0.29417  | 0.29633  | 0.29853  | 0.30076  | 0.30302  |
| Tg $\varphi_0$          | 0.28763  | 0.28973  | 0.29185  | 0.29401  | 0.29621  | 0.29843  | 0.30069  | 0.30298  | 0.30531  | 0.30768  |
| $\varphi_0$ (en grades) | 16.04681 | 16.15770 | 16.27011 | 16.38405 | 16.49957 | 16.61669 | 16.73546 | 16.85589 | 16.97803 | 17.10191 |
| Sen $\varphi_0$         | 0.27642  | 0.27828  | 0.28017  | 0.28207  | 0.28401  | 0.28597  | 0.28795  | 0.28997  | 0.29200  | 0.29407  |
| Cos $\varphi_0$         | 0.96104  | 0.96050  | 0.95995  | 0.95939  | 0.95882  | 0.95824  | 0.95764  | 0.95704  | 0.95642  | 0.95578  |
| R/F                     | 24.66489 | 24.31611 | 23.96984 | 23.62606 | 23.28478 | 22.94601 | 22.60973 | 22.27595 | 21.94467 | 21.61589 |
| $\mu x/ef^2$            | 9.42143  | 9.35539  | 9.28936  | 9.22333  | 9.15731  | 9.09130  | 9.02531  | 8.95932  | 8.89334  | 8.82737  |
| S/L                     | 1.01348  | 1.01367  | 1.01387  | 1.01407  | 1.01427  | 1.01449  | 1.01470  | 1.01492  | 1.01514  | 1.01537  |
| $v'/f^*$                | 0.66401  | 0.66397  | 0.66393  | 0.66390  | 0.66386  | 0.66381  | 0.66377  | 0.66373  | 0.66369  | 0.66364  |
| $Ix/ef^3$               | 7.52420  | 7.47128  | 7.41836  | 7.36544  | 7.31253  | 7.25963  | 7.20673  | 7.15384  | 7.10096  | 7.04808  |
| $Iq/ef^2$               | 1.26827  | 1.25956  | 1.25084  | 1.24212  | 1.23340  | 1.22469  | 1.21598  | 1.20727  | 1.19856  | 1.18986  |
| $Wl/ef^2$               | 1.91002  | 1.89700  | 1.88398  | 1.87096  | 1.85793  | 1.84492  | 1.83192  | 1.81891  | 1.80592  | 1.79292  |
| $\mu g/ev$              | 16.18883 | 16.07354 | 15.95825 | 15.84297 | 15.72769 | 15.61241 | 15.49714 | 15.38186 | 15.26660 | 15.15133 |
| $x' = 0,1$              | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  |
| $x' = 0,2$              | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  | 0.97765  |
| $x' = 0,3$              | 0.93789  | 0.93790  | 0.93790  | 0.93791  | 0.93791  | 0.93792  | 0.93793  | 0.93793  | 0.93794  | 0.93795  |
| $x' = 0,4$              | 0.91055  | 0.91056  | 0.91056  | 0.91057  | 0.91058  | 0.91059  | 0.91060  | 0.91061  | 0.91062  | 0.91062  |
| $x' = 0,5$              | 0.87822  | 0.87823  | 0.87824  | 0.87825  | 0.87826  | 0.87827  | 0.87828  | 0.87830  | 0.87831  | 0.87832  |
| $x' = 0,6$              | 0.84090  | 0.84091  | 0.84092  | 0.84094  | 0.84095  | 0.84097  | 0.84098  | 0.84099  | 0.84101  | 0.84102  |
| $x' = 0,7$              | 0.79858  | 0.79860  | 0.79861  | 0.79863  | 0.79864  | 0.79866  | 0.79868  | 0.79869  | 0.79871  | 0.79873  |
| $x' = 0,8$              | 0.75125  | 0.75127  | 0.75129  | 0.75131  | 0.75133  | 0.75135  | 0.75137  | 0.75139  | 0.75141  | 0.75143  |
| $x' = 0,9$              | 0.69891  | 0.69893  | 0.69895  | 0.69897  | 0.69899  | 0.69901  | 0.69902  | 0.69906  | 0.69908  | 0.69911  |
| $x' = 0,1$              | 0.64154  | 0.64156  | 0.64159  | 0.64161  | 0.64163  | 0.64166  | 0.64168  | 0.64171  | 0.64173  | 0.64176  |
| $x' = 0,2$              | 0.57913  | 0.57916  | 0.57918  | 0.57920  | 0.57923  | 0.57925  | 0.57928  | 0.57931  | 0.57933  | 0.57936  |
| $x' = 0,3$              | 0.51167  | 0.51170  | 0.51172  | 0.51175  | 0.51177  | 0.51180  | 0.51182  | 0.51185  | 0.51188  | 0.51191  |
| $x' = 0,4$              | 0.43915  | 0.43917  | 0.43920  | 0.43922  | 0.43924  | 0.43927  | 0.43930  | 0.43932  | 0.43935  | 0.43938  |
| $x' = 0,5$              | 0.36154  | 0.36156  | 0.36159  | 0.36161  | 0.36163  | 0.36166  | 0.36168  | 0.36171  | 0.36173  | 0.36176  |
| $x' = 0,6$              | 0.27893  | 0.27886  | 0.27888  | 0.27890  | 0.27892  | 0.27894  | 0.27896  | 0.27899  | 0.27901  | 0.27903  |
| $x' = 0,7$              | 0.19103  | 0.19105  | 0.19106  | 0.19108  | 0.19109  | 0.19111  | 0.19112  | 0.19114  | 0.19116  | 0.19118  |
| $x' = 0,8$              | 0.09809  | 0.09810  | 0.09811  | 0.09812  | 0.09812  | 0.09813  | 0.09814  | 0.09815  | 0.09816  | 0.09817  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $L/F$                   | 13.00000 | 12.90000 | 12.80000 | 12.70000 | 12.60000 | 12.50000 | 12.40000 | 12.30000 | 12.20000 | 12.10000 |
| $\theta = L/2R$         | 0.30531  | 0.30764  | 0.31001  | 0.31241  | 0.31485  | 0.31733  | 0.31984  | 0.32240  | 0.32500  | 0.32764  |
| $Tg \varphi_0$          | 0.31008  | 0.31252  | 0.31500  | 0.31752  | 0.32008  | 0.32268  | 0.32533  | 0.32802  | 0.33075  | 0.33353  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 17.22757 | 17.35505 | 17.48438 | 17.61561 | 17.74877 | 17.88391 | 18.02107 | 18.16030 | 18.30164 | 18.44513 |
| $\sin \varphi_0$        | 0.29617  | 0.29829  | 0.30045  | 0.30263  | 0.30484  | 0.30709  | 0.30937  | 0.31168  | 0.31402  | 0.31640  |
| $\cos \varphi_0$        | 0.95514  | 0.95447  | 0.95380  | 0.95311  | 0.95240  | 0.95168  | 0.95094  | 0.95019  | 0.94942  | 0.94863  |
| $R/F$                   | 21.28961 | 20.96583 | 20.64455 | 20.32576 | 20.00948 | 19.69570 | 19.38441 | 19.07563 | 18.76934 | 18.46555 |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 8.76141  | 8.69547  | 8.62953  | 8.56360  | 8.49769  | 8.43179  | 8.36590  | 8.30002  | 8.23415  | 8.16830  |
| $S/L$                   | 1.01561  | 1.01585  | 1.01609  | 1.01635  | 1.01660  | 1.01687  | 1.01714  | 1.01741  | 1.01770  | 1.01799  |
| $v'/f$                  | 0.66360  | 0.66355  | 0.66350  | 0.66345  | 0.66340  | 0.66335  | 0.66330  | 0.66325  | 0.66319  | 0.66314  |
| $I_{x/ef} * 3$          | 6.99521  | 6.94235  | 6.88949  | 6.83664  | 6.78380  | 6.73096  | 6.67813  | 6.62532  | 6.57251  | 6.51971  |
| $I_{g/ef} * 2$          | 1.18116  | 1.17246  | 1.16377  | 1.15508  | 1.14639  | 1.13770  | 1.12902  | 1.12034  | 1.11167  | 1.10300  |
| $W_{i/ef} * 2$          | 1.77993  | 1.76696  | 1.75398  | 1.74101  | 1.72805  | 1.71508  | 1.70212  | 1.68918  | 1.67624  | 1.66330  |
| $\mu_{g/ev}$            | 15.03607 | 14.92081 | 14.80556 | 14.69031 | 14.57506 | 14.45982 | 14.34458 | 14.22935 | 14.11412 | 13.99890 |
| $x' = 0,1$              | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  |
| $x' = 0,2$              | 0.99008  | 0.99008  | 0.99008  | 0.99008  | 0.99008  | 0.99008  | 0.99008  | 0.99009  | 0.99009  | 0.99009  |
| $x' = 0,3$              | 0.97767  | 0.97767  | 0.97768  | 0.97768  | 0.97768  | 0.97768  | 0.97769  | 0.97769  | 0.97769  | 0.97770  |
| $x' = 0,4$              | 0.96030  | 0.96030  | 0.96031  | 0.96031  | 0.96032  | 0.96032  | 0.96033  | 0.96033  | 0.96034  | 0.96034  |
| $x' = 0,5$              | 0.93795  | 0.93796  | 0.93797  | 0.93797  | 0.93798  | 0.93799  | 0.93800  | 0.93801  | 0.93801  | 0.93802  |
| $x' = 0,6$              | 0.91063  | 0.91064  | 0.91065  | 0.91066  | 0.91067  | 0.91068  | 0.91069  | 0.91071  | 0.91072  | 0.91073  |
| $x' = 0,7$              | 0.87833  | 0.87834  | 0.87836  | 0.87837  | 0.87838  | 0.87840  | 0.87841  | 0.87843  | 0.87844  | 0.87846  |
| $x' = 0,8$              | 0.84104  | 0.84106  | 0.84107  | 0.84109  | 0.84111  | 0.84112  | 0.84114  | 0.84116  | 0.84118  | 0.84120  |
| $x' = 0,9$              | 0.79875  | 0.79877  | 0.79879  | 0.79881  | 0.79883  | 0.79885  | 0.79887  | 0.79889  | 0.79892  | 0.79894  |
| $x' = 0,1$              | 0.75145  | 0.75147  | 0.75150  | 0.75152  | 0.75154  | 0.75157  | 0.75159  | 0.75162  | 0.75164  | 0.75167  |
| $x' = 0,2$              | 0.69913  | 0.69916  | 0.69918  | 0.69921  | 0.69924  | 0.69926  | 0.69929  | 0.69932  | 0.69935  | 0.69938  |
| $x' = 0,3$              | 0.64178  | 0.64181  | 0.64184  | 0.64187  | 0.64190  | 0.64193  | 0.64196  | 0.64199  | 0.64202  | 0.64205  |
| $x' = 0,4$              | 0.57939  | 0.57942  | 0.57945  | 0.57948  | 0.57951  | 0.57954  | 0.57957  | 0.57961  | 0.57964  | 0.57967  |
| $x' = 0,5$              | 0.51194  | 0.51196  | 0.51199  | 0.51203  | 0.51206  | 0.51209  | 0.51212  | 0.51216  | 0.51219  | 0.51223  |
| $x' = 0,6$              | 0.43941  | 0.43944  | 0.43947  | 0.43950  | 0.43953  | 0.43956  | 0.43959  | 0.43962  | 0.43966  | 0.43969  |
| $x' = 0,7$              | 0.36179  | 0.36181  | 0.36184  | 0.36187  | 0.36190  | 0.36193  | 0.36196  | 0.36199  | 0.36202  | 0.36205  |
| $x' = 0,8$              | 0.27905  | 0.27908  | 0.27910  | 0.27913  | 0.27915  | 0.27918  | 0.27920  | 0.27923  | 0.27926  | 0.27929  |
| $x' = 0,9$              | 0.19119  | 0.19121  | 0.19123  | 0.19125  | 0.19127  | 0.19129  | 0.19131  | 0.19133  | 0.19135  | 0.19137  |
|                         | 0.09818  | 0.09819  | 0.09820  | 0.09821  | 0.09823  | 0.09824  | 0.09825  | 0.09826  | 0.09827  | 0.09829  |

|                    |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                | 12.00000 | 11.90000 | 11.80000 | 11.70000 | 11.60000 | 11.50000 | 11.40000 | 11.30000 | 11.20000 | 11.10000 |
| $\theta = 1/2R$    | 0.33032  | 0.33304  | 0.33582  | 0.33863  | 0.34150  | 0.34441  | 0.34737  | 0.35038  | 0.35345  | 0.35657  |
| Tg. $\psi_0$       | 0.33636  | 0.33924  | 0.34216  | 0.34514  | 0.34817  | 0.35126  | 0.35440  | 0.35760  | 0.36085  | 0.36417  |
| $\psi_0$ en grados | 18.59083 | 18.73879 | 18.88906 | 19.04168 | 19.19672 | 19.35423 | 19.51427 | 19.67689 | 19.84216 | 20.01014 |
| Sen $\psi_0$       | 0.31881  | 0.32125  | 0.32374  | 0.32626  | 0.32881  | 0.33141  | 0.33404  | 0.33672  | 0.33943  | 0.34219  |
| Cos $\psi_0$       | 0.94782  | 0.94699  | 0.94615  | 0.94528  | 0.94440  | 0.94349  | 0.94256  | 0.94161  | 0.94063  | 0.93963  |
| R/F                | 18.16426 | 17.86547 | 17.56918 | 17.27539 | 16.98410 | 16.69530 | 16.40901 | 16.12521 | 15.84392 | 15.56512 |
| $\mu_x/ef$         | 8.10246  | 8.03664  | 7.97082  | 7.90502  | 7.83924  | 7.77347  | 7.70772  | 7.64198  | 7.57626  | 7.51055  |
| S/L                | 1.01828  | 1.01859  | 1.01890  | 1.01922  | 1.01955  | 1.01989  | 1.02023  | 1.02059  | 1.02095  | 1.02133  |
| $v'/f^*$           | 0.66308  | 0.66302  | 0.66296  | 0.66290  | 0.66284  | 0.66277  | 0.66271  | 0.66264  | 0.66257  | 0.66250  |
| Ix/ef *3           | 6.46691  | 6.41413  | 6.36135  | 6.30859  | 6.25583  | 6.20308  | 6.15035  | 6.09762  | 6.04490  | 5.99220  |
| Ig/ef *3           | 1.09433  | 1.08566  | 1.07700  | 1.06834  | 1.05969  | 1.05103  | 1.04239  | 1.03375  | 1.02510  | 1.01647  |
| Wi/ef *2           | 1.65036  | 1.63745  | 1.62452  | 1.61162  | 1.59871  | 1.58581  | 1.57293  | 1.56004  | 1.54717  | 1.53430  |
| $\mu_g/ev^*2$      | 13.88368 | 13.76846 | 13.65325 | 13.53805 | 13.42285 | 13.30765 | 13.19246 | 13.07728 | 12.96210 | 12.84693 |
| $x' = 0,1$         | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99752  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  |
| $x' = 0,2$         | 0.99009  | 0.99009  | 0.99009  | 0.99009  | 0.99010  | 0.99010  | 0.99010  | 0.99010  | 0.99010  | 0.99010  |
| $x' = 0,3$         | 0.97770  | 0.97770  | 0.97771  | 0.97771  | 0.97771  | 0.97772  | 0.97772  | 0.97772  | 0.97773  | 0.97773  |
| $x' = 0,4$         | 0.96035  | 0.96035  | 0.96036  | 0.96036  | 0.96037  | 0.96038  | 0.96038  | 0.96039  | 0.96040  | 0.96040  |
| $x' = 0,5$         | 0.93803  | 0.93804  | 0.93805  | 0.93806  | 0.93807  | 0.93808  | 0.93809  | 0.93810  | 0.93811  | 0.93812  |
| $x' = 0,6$         | 0.91074  | 0.91075  | 0.91077  | 0.91078  | 0.91079  | 0.91081  | 0.91082  | 0.91083  | 0.91085  | 0.91086  |
| $x' = 0,7$         | 0.87847  | 0.87849  | 0.87851  | 0.87852  | 0.87854  | 0.87856  | 0.87857  | 0.87859  | 0.87861  | 0.87863  |
| $x' = 0,8$         | 0.84122  | 0.84124  | 0.84126  | 0.84128  | 0.84130  | 0.84132  | 0.84134  | 0.84137  | 0.84139  | 0.84142  |
| $x' = 0,9$         | 0.79896  | 0.79899  | 0.79901  | 0.79904  | 0.79906  | 0.79909  | 0.79912  | 0.79914  | 0.79917  | 0.79920  |
| $x' = 0,1$         | 0.75170  | 0.75173  | 0.75175  | 0.75178  | 0.75181  | 0.75184  | 0.75188  | 0.75191  | 0.75194  | 0.75198  |
| $x' = 0,2$         | 0.69941  | 0.69944  | 0.69947  | 0.69951  | 0.69954  | 0.69958  | 0.69961  | 0.69965  | 0.69969  | 0.69972  |
| $x' = 0,3$         | 0.64209  | 0.64212  | 0.64216  | 0.64219  | 0.64223  | 0.64227  | 0.64231  | 0.64235  | 0.64239  | 0.64243  |
| $x' = 0,4$         | 0.57971  | 0.57975  | 0.57978  | 0.57982  | 0.57986  | 0.57990  | 0.57994  | 0.57999  | 0.58003  | 0.58007  |
| $x' = 0,5$         | 0.51226  | 0.51230  | 0.51234  | 0.51238  | 0.51242  | 0.51246  | 0.51250  | 0.51255  | 0.51259  | 0.51264  |
| $x' = 0,6$         | 0.43973  | 0.43977  | 0.43980  | 0.43984  | 0.43988  | 0.43992  | 0.43997  | 0.44001  | 0.44005  | 0.44010  |
| $x' = 0,7$         | 0.36209  | 0.36212  | 0.36216  | 0.36219  | 0.36223  | 0.36227  | 0.36231  | 0.36235  | 0.36239  | 0.36243  |
| $x' = 0,8$         | 0.27932  | 0.27935  | 0.27938  | 0.27941  | 0.27944  | 0.27948  | 0.27951  | 0.27954  | 0.27958  | 0.27962  |
| $x' = 0,9$         | 0.19140  | 0.19142  | 0.19144  | 0.19147  | 0.19149  | 0.19152  | 0.19154  | 0.19157  | 0.19160  | 0.19163  |
|                    | 0.09830  | 0.09831  | 0.09833  | 0.09834  | 0.09835  | 0.09837  | 0.09838  | 0.09840  | 0.09841  | 0.09843  |

|                      |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                  | 10.90000 | 10.90000 | 10.80000 | 10.70000 | 10.60000 | 10.50000 | 10.40000 | 10.30000 | 10.20000 | 10.10000 |
| $\theta = L/2R$      | 0.35374  | 0.36297  | 0.36626  | 0.36961  | 0.37301  | 0.37648  | 0.38002  | 0.38362  | 0.38729  | 0.39103  |
| Tg $\theta$          | 0.36755  | 0.37099  | 0.37450  | 0.37808  | 0.38172  | 0.38544  | 0.38923  | 0.39310  | 0.39705  | 0.40107  |
| $\theta$ (en grados) | 20.18090 | 20.35450 | 20.53102 | 20.71052 | 20.89307 | 21.07876 | 21.26765 | 21.45984 | 21.65540 | 21.85442 |
| sen $\theta$         | 0.34499  | 0.34783  | 0.35071  | 0.35365  | 0.35662  | 0.35965  | 0.36272  | 0.36585  | 0.36902  | 0.37225  |
| cos $\theta$         | 0.93861  | 0.93756  | 0.93648  | 0.93538  | 0.93425  | 0.93309  | 0.93190  | 0.93067  | 0.92942  | 0.92813  |
| R/F                  | 15.28882 | 15.01502 | 14.74372 | 14.47491 | 14.20861 | 13.94480 | 13.68349 | 13.42468 | 13.16837 | 12.91456 |
| $\mu x/ef$           | 7.44886  | 7.37919  | 7.31353  | 7.24790  | 7.18228  | 7.11668  | 7.05110  | 6.98554  | 6.92000  | 6.85448  |
| S/L                  | 1.02171  | 1.02210  | 1.02251  | 1.02292  | 1.02335  | 1.02379  | 1.02424  | 1.02471  | 1.02519  | 1.02568  |
| $v'/f^*$             | 0.66243  | 0.66235  | 0.66227  | 0.66219  | 0.66211  | 0.66203  | 0.66194  | 0.66185  | 0.66176  | 0.66167  |
| $I_x/ef^*3$          | 5.93950  | 5.88682  | 5.83415  | 5.78149  | 5.72884  | 5.67620  | 5.62358  | 5.57097  | 5.51837  | 5.46579  |
| $I_g/ef^*2$          | 1.00784  | 0.99922  | 0.99059  | 0.98198  | 0.97336  | 0.96476  | 0.95615  | 0.94756  | 0.93897  | 0.93038  |
| $W_i/ef$             | 1.52144  | 1.50859  | 1.49575  | 1.48292  | 1.47009  | 1.45728  | 1.44447  | 1.43167  | 1.41888  | 1.40611  |
| $\mu g/ef^*2$        | 12.73177 | 12.61661 | 12.50146 | 12.38631 | 12.27118 | 12.15605 | 12.04092 | 11.92581 | 11.81070 | 11.69560 |
| $x' = 0,1$           | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  |
| $x' = 0,2$           | 0.99011  | 0.99011  | 0.99011  | 0.99011  | 0.99011  | 0.99012  | 0.99012  | 0.99012  | 0.99012  | 0.99013  |
| $x' = 0,3$           | 0.97774  | 0.97774  | 0.97774  | 0.97775  | 0.97775  | 0.97776  | 0.97776  | 0.97777  | 0.97777  | 0.97778  |
| $x' = 0,4$           | 0.96041  | 0.96042  | 0.96043  | 0.96043  | 0.96044  | 0.96045  | 0.96046  | 0.96047  | 0.96048  | 0.96049  |
| $x' = 0,5$           | 0.93813  | 0.93814  | 0.93815  | 0.93816  | 0.93817  | 0.93819  | 0.93820  | 0.93821  | 0.93823  | 0.93824  |
| $x' = 0,6$           | 0.91088  | 0.91089  | 0.91091  | 0.91093  | 0.91094  | 0.91096  | 0.91098  | 0.91100  | 0.91102  | 0.91104  |
| $x' = 0,7$           | 0.87865  | 0.87867  | 0.87869  | 0.87872  | 0.87874  | 0.87876  | 0.87879  | 0.87881  | 0.87883  | 0.87886  |
| $x' = 0,8$           | 0.84144  | 0.84147  | 0.84149  | 0.84152  | 0.84155  | 0.84158  | 0.84161  | 0.84164  | 0.84167  | 0.84170  |
| $x' = 0,9$           | 0.79923  | 0.79926  | 0.79929  | 0.79933  | 0.79936  | 0.79940  | 0.79943  | 0.79947  | 0.79951  | 0.79954  |
| $x' = 0,9$           | 0.75201  | 0.75205  | 0.75208  | 0.75212  | 0.75216  | 0.75220  | 0.75224  | 0.75229  | 0.75233  | 0.75237  |
| $x' = 0,6$           | 0.69766  | 0.69980  | 0.69985  | 0.69989  | 0.69993  | 0.69998  | 0.70002  | 0.70007  | 0.70012  | 0.70017  |
| $x' = 0,6$           | 0.64247  | 0.64252  | 0.64256  | 0.64261  | 0.64266  | 0.64271  | 0.64276  | 0.64281  | 0.64286  | 0.64292  |
| $x' = 0,7$           | 0.58012  | 0.58017  | 0.58021  | 0.58026  | 0.58032  | 0.58037  | 0.58042  | 0.58048  | 0.58053  | 0.58059  |
| $x' = 0,8$           | 0.51268  | 0.51273  | 0.51278  | 0.51283  | 0.51288  | 0.51294  | 0.51299  | 0.51305  | 0.51311  | 0.51317  |
| $x' = 0,8$           | 0.44014  | 0.44019  | 0.44024  | 0.44029  | 0.44034  | 0.44039  | 0.44045  | 0.44050  | 0.44056  | 0.44062  |
| $x' = 0,8$           | 0.36248  | 0.36252  | 0.36257  | 0.36261  | 0.36266  | 0.36271  | 0.36276  | 0.36281  | 0.36287  | 0.36292  |
| $x' = 0,9$           | 0.27966  | 0.27969  | 0.27973  | 0.27977  | 0.27982  | 0.27986  | 0.27990  | 0.27995  | 0.28000  | 0.28004  |
| $x' = 0,9$           | 0.19165  | 0.19168  | 0.19172  | 0.19175  | 0.19178  | 0.19181  | 0.19185  | 0.19188  | 0.19192  | 0.19195  |
| $x' = 0,9$           | 0.09845  | 0.09846  | 0.09848  | 0.09850  | 0.09852  | 0.09854  | 0.09856  | 0.09858  | 0.09860  | 0.09862  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 10.0000  | 9.90000  | 9.80000  | 9.70000  | 9.60000  | 9.50000  | 9.40000  | 9.30000  | 9.20000  | 9.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.39484  | 0.39873  | 0.40269  | 0.40673  | 0.41085  | 0.41506  | 0.41935  | 0.42373  | 0.42820  | 0.43276  |
| Tg $\varphi_0$          | 0.40518  | 0.40938  | 0.41366  | 0.41804  | 0.42251  | 0.42708  | 0.43175  | 0.43652  | 0.44141  | 0.44640  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 22.05699 | 22.26320 | 22.47315 | 22.68693 | 22.90464 | 23.12639 | 23.35228 | 23.58244 | 23.81696 | 24.05598 |
| Sen $\varphi_0$         | 0.37553  | 0.37886  | 0.38225  | 0.38570  | 0.38920  | 0.39276  | 0.39638  | 0.40007  | 0.40382  | 0.40763  |
| Cos $\varphi_0$         | 0.92681  | 0.92545  | 0.92406  | 0.92263  | 0.92115  | 0.91964  | 0.91809  | 0.91649  | 0.91484  | 0.91315  |
| R/F                     | 12.66324 | 12.41443 | 12.16811 | 11.92429 | 11.68296 | 11.4414  | 11.20781 | 10.97398 | 10.74265 | 10.51381 |
| $\mu_{x/ef}$            | 6.78999  | 6.72351  | 6.65806  | 6.59264  | 6.52724  | 6.46186  | 6.39651  | 6.33119  | 6.26589  | 6.20062  |
| S/L                     | 1.02619  | 1.02671  | 1.02725  | 1.02780  | 1.02837  | 1.02896  | 1.02957  | 1.03019  | 1.03084  | 1.03151  |
| $v/f$                   | 0.66157  | 0.66148  | 0.66137  | 0.66127  | 0.66116  | 0.66105  | 0.66094  | 0.66082  | 0.66070  | 0.66057  |
| $I_x/ef$ *3             | 5.41322  | 5.36066  | 5.30813  | 5.25560  | 5.20310  | 5.15060  | 5.09813  | 5.04567  | 4.99324  | 4.94082  |
| $I_g/ef$ *3             | 0.92180  | 0.91322  | 0.90465  | 0.89609  | 0.88754  | 0.87898  | 0.87044  | 0.86190  | 0.85337  | 0.84485  |
| $W_i/ef$ *2             | 1.39334  | 1.38058  | 1.36784  | 1.35511  | 1.34239  | 1.32968  | 1.31698  | 1.30429  | 1.29162  | 1.27896  |
| $\mu_{g/ev}$            | 11.58052 | 11.46543 | 11.35036 | 11.23530 | 11.12025 | 11.00521 | 10.89018 | 10.77516 | 10.66016 | 10.54516 |
| $x' = 0, 1$             | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99753  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  |
| $x' = 0, 2$             | 0.99778  | 0.99779  | 0.99779  | 0.99779  | 0.99781  | 0.99781  | 0.99782  | 0.99783  | 0.99784  | 0.99784  |
| $x' = 0, 3$             | 0.96050  | 0.96050  | 0.96051  | 0.96053  | 0.96054  | 0.96055  | 0.96056  | 0.96057  | 0.96058  | 0.96059  |
| $x' = 0, 4$             | 0.93826  | 0.93827  | 0.93829  | 0.93830  | 0.93832  | 0.93833  | 0.93835  | 0.93837  | 0.93839  | 0.93841  |
| $x' = 0, 5$             | 0.91106  | 0.91108  | 0.91110  | 0.91112  | 0.91114  | 0.91117  | 0.91119  | 0.91122  | 0.91124  | 0.91127  |
| $x' = 0, 6$             | 0.87889  | 0.87891  | 0.87894  | 0.87897  | 0.87900  | 0.87903  | 0.87906  | 0.87910  | 0.87913  | 0.87916  |
| $x' = 0, 7$             | 0.84173  | 0.84177  | 0.84180  | 0.84184  | 0.84188  | 0.84191  | 0.84195  | 0.84199  | 0.84204  | 0.84208  |
| $x' = 0, 8$             | 0.79958  | 0.79963  | 0.79967  | 0.79971  | 0.79976  | 0.79980  | 0.79985  | 0.79990  | 0.79995  | 0.80000  |
| $x' = 0, 9$             | 0.75242  | 0.75247  | 0.75252  | 0.75257  | 0.75262  | 0.75267  | 0.75273  | 0.75278  | 0.75284  | 0.75290  |
| $x' = 0, 10$            | 0.70028  | 0.70028  | 0.70033  | 0.70039  | 0.70045  | 0.70051  | 0.70057  | 0.70063  | 0.70070  | 0.70077  |
| $x' = 0, 11$            | 0.64298  | 0.64303  | 0.64309  | 0.64316  | 0.64322  | 0.64329  | 0.64335  | 0.64342  | 0.64350  | 0.64357  |
| $x' = 0, 12$            | 0.58065  | 0.58071  | 0.58078  | 0.58084  | 0.58091  | 0.58098  | 0.58105  | 0.58113  | 0.58120  | 0.58128  |
| $x' = 0, 13$            | 0.51323  | 0.51329  | 0.51336  | 0.51343  | 0.51350  | 0.51357  | 0.51364  | 0.51372  | 0.51379  | 0.51388  |
| $x' = 0, 14$            | 0.44068  | 0.44074  | 0.44081  | 0.44088  | 0.44094  | 0.44101  | 0.44109  | 0.44116  | 0.44124  | 0.44132  |
| $x' = 0, 15$            | 0.36298  | 0.36304  | 0.36310  | 0.36316  | 0.36323  | 0.36329  | 0.36336  | 0.36343  | 0.36350  | 0.36358  |
| $x' = 0, 16$            | 0.28009  | 0.28015  | 0.28020  | 0.28026  | 0.28031  | 0.28037  | 0.28042  | 0.28049  | 0.28055  | 0.28061  |
| $x' = 0, 17$            | 0.19199  | 0.19203  | 0.19207  | 0.19211  | 0.19216  | 0.19220  | 0.19225  | 0.19229  | 0.19234  | 0.19239  |
| $x' = 0, 18$            | 0.09864  | 0.09866  | 0.09869  | 0.09871  | 0.09873  | 0.09876  | 0.09879  | 0.09881  | 0.09884  | 0.09887  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $L/P$                   | 9.00000  | 8.90000  | 8.80000  | 8.70000  | 8.60000  | 8.50000  | 8.40000  | 8.30000  | 8.20000  | 8.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.43743  | 0.44219  | 0.44705  | 0.45202  | 0.45710  | 0.46230  | 0.46761  | 0.47304  | 0.47860  | 0.48429  |
| $Tg \varphi_0$          | 0.45151  | 0.45674  | 0.46209  | 0.46757  | 0.47319  | 0.47894  | 0.48484  | 0.49088  | 0.49708  | 0.50344  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 24.29961 | 24.54799 | 24.80124 | 25.05950 | 25.32292 | 25.59164 | 25.86580 | 26.14557 | 26.43112 | 26.72260 |
| $Sen \varphi_0$         | 0.41151  | 0.41545  | 0.41947  | 0.42356  | 0.42772  | 0.43195  | 0.43626  | 0.44065  | 0.44512  | 0.44967  |
| $Cos \varphi_0$         | 0.91141  | 0.90961  | 0.90777  | 0.90587  | 0.90391  | 0.90190  | 0.89982  | 0.89768  | 0.89547  | 0.89319  |
| $R/P * 2$               | 10.28748 | 10.06364 | 9.84229  | 9.62345  | 9.40710  | 9.19324  | 8.98189  | 8.77303  | 8.56667  | 8.36280  |
| $\mu_{x/ef}$            | 6.13538  | 6.07017  | 6.00500  | 5.93985  | 5.87474  | 5.80966  | 5.74462  | 5.67961  | 5.61464  | 5.54971  |
| $S/L$                   | 1.03220  | 1.03291  | 1.03364  | 1.03440  | 1.03519  | 1.03600  | 1.03684  | 1.03771  | 1.03862  | 1.03955  |
| $v'/f^*$                | 0.66045  | 0.66031  | 0.66018  | 0.66003  | 0.65989  | 0.65974  | 0.65958  | 0.65942  | 0.65925  | 0.65908  |
| $Ix/ef^* 3$             | 4.88842  | 4.83603  | 4.78368  | 4.73133  | 4.67902  | 4.62672  | 4.57445  | 4.52220  | 4.46997  | 4.41778  |
| $Iq/ef^* 2$             | 0.83633  | 0.82782  | 0.81932  | 0.81083  | 0.80235  | 0.79387  | 0.78540  | 0.77694  | 0.76849  | 0.76006  |
| $W_{if}^* 2$            | 1.26632  | 1.25368  | 1.24107  | 1.22847  | 1.21588  | 1.20331  | 1.19076  | 1.17822  | 1.16570  | 1.15320  |
| $\mu_{g/ev}$            | 10.43018 | 10.31521 | 10.20026 | 10.08531 | 9.97039  | 9.85548  | 9.74058  | 9.62570  | 9.51084  | 9.39600  |
| $x' = 0,1$              | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99754  | 0.99755  | 0.99755  | 0.99755  |
| $x' = 0,2$              | 0.99016  | 0.99016  | 0.99016  | 0.99017  | 0.99017  | 0.99017  | 0.99018  | 0.99018  | 0.99019  | 0.99019  |
| $x' = 0,3$              | 0.97785  | 0.97785  | 0.97786  | 0.97787  | 0.97788  | 0.97789  | 0.97790  | 0.97791  | 0.97792  | 0.97792  |
| $x' = 0,4$              | 0.96061  | 0.96062  | 0.96063  | 0.96065  | 0.96066  | 0.96068  | 0.96069  | 0.96071  | 0.96072  | 0.96074  |
| $x' = 0,5$              | 0.93843  | 0.93845  | 0.93847  | 0.93849  | 0.93851  | 0.93853  | 0.93856  | 0.93858  | 0.93861  | 0.93863  |
| $x' = 0,6$              | 0.91129  | 0.91132  | 0.91135  | 0.91138  | 0.91141  | 0.91144  | 0.91148  | 0.91151  | 0.91155  | 0.91158  |
| $x' = 0,7$              | 0.87920  | 0.87924  | 0.87927  | 0.87931  | 0.87935  | 0.87940  | 0.87944  | 0.87948  | 0.87953  | 0.87958  |
| $x' = 0,8$              | 0.84212  | 0.84217  | 0.84222  | 0.84227  | 0.84232  | 0.84237  | 0.84243  | 0.84248  | 0.84254  | 0.84260  |
| $x' = 0,9$              | 0.80005  | 0.80011  | 0.80017  | 0.80023  | 0.80029  | 0.80035  | 0.80042  | 0.80048  | 0.80055  | 0.80062  |
| $x' = 1,0$              | 0.75297  | 0.75303  | 0.75310  | 0.75317  | 0.75324  | 0.75331  | 0.75339  | 0.75346  | 0.75355  | 0.75363  |
| $x' = 1,1$              | 0.70084  | 0.70091  | 0.70099  | 0.70106  | 0.70114  | 0.70123  | 0.70131  | 0.70140  | 0.70149  | 0.70159  |
| $x' = 1,2$              | 0.64365  | 0.64373  | 0.64381  | 0.64389  | 0.64398  | 0.64407  | 0.64416  | 0.64426  | 0.64436  | 0.64446  |
| $x' = 1,3$              | 0.58136  | 0.58145  | 0.58153  | 0.58162  | 0.58172  | 0.58181  | 0.58191  | 0.58201  | 0.58212  | 0.58223  |
| $x' = 1,4$              | 0.51396  | 0.51405  | 0.51413  | 0.51423  | 0.51432  | 0.51442  | 0.51452  | 0.51463  | 0.51473  | 0.51485  |
| $x' = 1,5$              | 0.44140  | 0.44149  | 0.44157  | 0.44166  | 0.44176  | 0.44185  | 0.44195  | 0.44206  | 0.44216  | 0.44227  |
| $x' = 1,6$              | 0.36365  | 0.36373  | 0.36382  | 0.36390  | 0.36399  | 0.36408  | 0.36417  | 0.36427  | 0.36437  | 0.36447  |
| $x' = 1,7$              | 0.28068  | 0.28075  | 0.28082  | 0.28090  | 0.28097  | 0.28105  | 0.28113  | 0.28122  | 0.28130  | 0.28139  |
| $x' = 1,8$              | 0.19244  | 0.19250  | 0.19255  | 0.19261  | 0.19267  | 0.19273  | 0.19279  | 0.19286  | 0.19292  | 0.19299  |
| $x' = 1,9$              | 0.09890  | 0.09893  | 0.09896  | 0.09899  | 0.09903  | 0.09906  | 0.09910  | 0.09913  | 0.09917  | 0.09921  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 8.00000  | 7.90000  | 7.80000  | 7.70000  | 7.60000  | 7.50000  | 7.40000  | 7.30000  | 7.20000  | 7.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.49011  | 0.49607  | 0.50218  | 0.50843  | 0.51484  | 0.52141  | 0.52815  | 0.53506  | 0.54215  | 0.54942  |
| Tg $\varphi_0$          | 0.50997  | 0.51667  | 0.52355  | 0.53062  | 0.53789  | 0.54536  | 0.55305  | 0.56096  | 0.56910  | 0.57748  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 27.02019 | 27.32408 | 27.63445 | 27.95149 | 28.27541 | 28.60641 | 28.94471 | 29.29053 | 29.64410 | 30.00567 |
| Sen $\varphi_0$         | 0.45430  | 0.45902  | 0.46383  | 0.46872  | 0.47371  | 0.47879  | 0.48396  | 0.48924  | 0.49461  | 0.50009  |
| Cos $\varphi_0$         | 0.89085  | 0.88842  | 0.88593  | 0.88335  | 0.88068  | 0.87793  | 0.87509  | 0.87215  | 0.86911  | 0.86598  |
| R/F                     | 8.16143  | 7.96235  | 7.76617  | 7.57229  | 7.38090  | 7.19200  | 7.00560  | 6.82169  | 6.64028  | 6.46136  |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 5.48482  | 5.41997  | 5.35517  | 5.29041  | 5.22569  | 5.16103  | 5.09641  | 5.03184  | 4.96733  | 4.90287  |
| S/L                     | 1.04052  | 1.04152  | 1.04256  | 1.04364  | 1.04477  | 1.04593  | 1.04714  | 1.04840  | 1.04971  | 1.05108  |
| $v'/f * 3$              | 0.65891  | 0.65872  | 0.65853  | 0.65833  | 0.65813  | 0.65792  | 0.65770  | 0.65747  | 0.65723  | 0.65699  |
| Ix/ef * 3               | 4.36560  | 4.31346  | 4.26134  | 4.20925  | 4.15719  | 4.10516  | 4.05317  | 4.00121  | 3.94928  | 3.89739  |
| Ig/ef * 2               | 0.75163  | 0.74321  | 0.73480  | 0.72640  | 0.71801  | 0.70964  | 0.70127  | 0.69292  | 0.68458  | 0.67626  |
| Wl/ef * 2               | 1.14072  | 1.12826  | 1.11581  | 1.10339  | 1.09099  | 1.07861  | 1.06625  | 1.05392  | 1.04161  | 1.02933  |
| $\mu_{g/ev}$            | 9.28118  | 9.16638  | 9.05159  | 8.93683  | 8.82210  | 8.70738  | 8.59270  | 8.47803  | 8.36340  | 8.24879  |
| $x' = 0,1$              | 0.99755  | 0.99755  | 0.99755  | 0.99755  | 0.99755  | 0.99756  | 0.99756  | 0.99756  | 0.99756  | 0.99756  |
| $x' = 0,2$              | 0.99020  | 0.99020  | 0.99021  | 0.99021  | 0.99022  | 0.99022  | 0.99023  | 0.99023  | 0.99024  | 0.99025  |
| $x' = 0,3$              | 0.97794  | 0.97795  | 0.97796  | 0.97797  | 0.97798  | 0.97799  | 0.97800  | 0.97802  | 0.97803  | 0.97805  |
| $x' = 0,4$              | 0.96076  | 0.96078  | 0.96080  | 0.96082  | 0.96084  | 0.96086  | 0.96088  | 0.96090  | 0.96093  | 0.96095  |
| $x' = 0,5$              | 0.93866  | 0.93869  | 0.93872  | 0.93875  | 0.93878  | 0.93881  | 0.93884  | 0.93888  | 0.93892  | 0.93895  |
| $x' = 0,6$              | 0.91162  | 0.91166  | 0.91170  | 0.91174  | 0.91179  | 0.91183  | 0.91188  | 0.91193  | 0.91198  | 0.91203  |
| $x' = 0,7$              | 0.87963  | 0.87968  | 0.87973  | 0.87979  | 0.87985  | 0.87991  | 0.87997  | 0.88003  | 0.88010  | 0.88017  |
| $x' = 0,8$              | 0.84266  | 0.84273  | 0.84279  | 0.84286  | 0.84293  | 0.84301  | 0.84309  | 0.84317  | 0.84325  | 0.84334  |
| $x' = 0,9$              | 0.80070  | 0.80078  | 0.80086  | 0.80094  | 0.80103  | 0.80112  | 0.80121  | 0.80131  | 0.80141  | 0.80151  |
| $x' = 0,9$              | 0.75372  | 0.75381  | 0.75390  | 0.75400  | 0.75410  | 0.75420  | 0.75431  | 0.75442  | 0.75454  | 0.75466  |
| $x' = 0,9$              | 0.70168  | 0.70178  | 0.70189  | 0.70200  | 0.70211  | 0.70223  | 0.70235  | 0.70248  | 0.70261  | 0.70274  |
| $x' = 0,9$              | 0.64457  | 0.64468  | 0.64480  | 0.64491  | 0.64504  | 0.64517  | 0.64530  | 0.64544  | 0.64558  | 0.64573  |
| $x' = 0,9$              | 0.58234  | 0.58246  | 0.58258  | 0.58271  | 0.58284  | 0.58297  | 0.58312  | 0.58326  | 0.58341  | 0.58357  |
| $x' = 0,9$              | 0.51496  | 0.51508  | 0.51521  | 0.51534  | 0.51547  | 0.51561  | 0.51575  | 0.51591  | 0.51606  | 0.51622  |
| $x' = 0,9$              | 0.44239  | 0.44251  | 0.44263  | 0.44276  | 0.44289  | 0.44303  | 0.44317  | 0.44332  | 0.44347  | 0.44363  |
| $x' = 0,9$              | 0.36458  | 0.36469  | 0.36481  | 0.36493  | 0.36505  | 0.36518  | 0.36531  | 0.36545  | 0.36560  | 0.36575  |
| $x' = 0,9$              | 0.28149  | 0.28159  | 0.28169  | 0.28179  | 0.28190  | 0.28201  | 0.28213  | 0.28225  | 0.28237  | 0.28250  |
| $x' = 0,9$              | 0.19306  | 0.19314  | 0.19322  | 0.19330  | 0.19338  | 0.19347  | 0.19355  | 0.19365  | 0.19374  | 0.19384  |
| $x' = 0,9$              | 0.09925  | 0.09930  | 0.09934  | 0.09939  | 0.09943  | 0.09948  | 0.09953  | 0.09959  | 0.09964  | 0.09970  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $L/F$                   | 7.00000  | 6.90000  | 6.80000  | 6.70000  | 6.60000  | 6.50000  | 6.40000  | 6.30000  | 6.20000  | 6.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.55689  | 0.56456  | 0.57243  | 0.58053  | 0.58885  | 0.59740  | 0.60621  | 0.61527  | 0.62459  | 0.63419  |
| $Tg \varphi_0$          | 0.58612  | 0.59503  | 0.60421  | 0.61369  | 0.62347  | 0.63358  | 0.64402  | 0.65482  | 0.66600  | 0.67757  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 30.37548 | 30.75379 | 31.14087 | 31.53699 | 31.94244 | 32.35752 | 32.78253 | 33.21780 | 33.66365 | 34.12043 |
| $\text{sen } \varphi_0$ | 0.50566  | 0.51135  | 0.51714  | 0.52305  | 0.52907  | 0.53520  | 0.54145  | 0.54782  | 0.55432  | 0.56093  |
| $\text{Cos } \varphi_0$ | 0.86273  | 0.85937  | 0.85590  | 0.85230  | 0.84858  | 0.84473  | 0.84073  | 0.83659  | 0.83231  | 0.82786  |
| $R/F$                   | 6.28494  | 6.11101  | 5.93957  | 5.77062  | 5.60416  | 5.44020  | 5.27873  | 5.11975  | 4.96325  | 4.80925  |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 4.83847  | 4.77413  | 4.70985  | 4.64563  | 4.58148  | 4.51740  | 4.45340  | 4.38946  | 4.32561  | 4.26183  |
| $S/L$                   | 1.05249  | 1.05397  | 1.05551  | 1.05712  | 1.05880  | 1.06055  | 1.06238  | 1.06430  | 1.06630  | 1.06839  |
| $v'/f^*$                | 0.65673  | 0.65647  | 0.65620  | 0.65591  | 0.65561  | 0.65530  | 0.65498  | 0.65465  | 0.65430  | 0.65394  |
| $Ix/ef * 3$             | 3.84554  | 3.79372  | 3.74195  | 3.69022  | 3.63853  | 3.58688  | 3.53529  | 3.48374  | 3.43224  | 3.38080  |
| $Iy/ef * 2$             | 0.66794  | 0.65965  | 0.65136  | 0.64310  | 0.63484  | 0.62661  | 0.61839  | 0.61018  | 0.60200  | 0.59383  |
| $W1/ef * 2$             | 1.01707  | 1.00484  | 0.99264  | 0.98046  | 0.96832  | 0.95621  | 0.94413  | 0.93208  | 0.92007  | 0.90809  |
| $\mu_{g/ev}$            | 8.13422  | 8.01968  | 7.90517  | 7.79069  | 7.67626  | 7.56186  | 7.44751  | 7.33320  | 7.21894  | 7.10472  |
| $x' = 0,1$              | 0.99756  | 0.99757  | 0.99757  | 0.99757  | 0.99757  | 0.99757  | 0.99758  | 0.99758  | 0.99758  | 0.99758  |
| $x' = 0,2$              | 0.99025  | 0.99026  | 0.99027  | 0.99027  | 0.99028  | 0.99029  | 0.99030  | 0.99031  | 0.99032  | 0.99033  |
| $x' = 0,3$              | 0.97806  | 0.97808  | 0.97809  | 0.97811  | 0.97812  | 0.97814  | 0.97816  | 0.97818  | 0.97820  | 0.97822  |
| $x' = 0,4$              | 0.96098  | 0.96100  | 0.96103  | 0.96106  | 0.96109  | 0.96112  | 0.96116  | 0.96119  | 0.96123  | 0.96126  |
| $x' = 0,5$              | 0.93899  | 0.93903  | 0.93908  | 0.93912  | 0.93917  | 0.93921  | 0.93926  | 0.93932  | 0.93937  | 0.93943  |
| $x' = 0,6$              | 0.91209  | 0.91214  | 0.91220  | 0.91226  | 0.91233  | 0.91240  | 0.91247  | 0.91254  | 0.91261  | 0.91269  |
| $x' = 0,7$              | 0.88024  | 0.88031  | 0.88039  | 0.88047  | 0.88056  | 0.88065  | 0.88074  | 0.88083  | 0.88093  | 0.88104  |
| $x' = 0,8$              | 0.84343  | 0.84352  | 0.84362  | 0.84372  | 0.84382  | 0.84393  | 0.84405  | 0.84417  | 0.84429  | 0.84442  |
| $x' = 0,9$              | 0.80162  | 0.80173  | 0.80185  | 0.80197  | 0.80210  | 0.80223  | 0.80237  | 0.80251  | 0.80266  | 0.80282  |
| $x' = 0,9$              | 0.75478  | 0.75491  | 0.75505  | 0.75519  | 0.75534  | 0.75549  | 0.75566  | 0.75582  | 0.75600  | 0.75618  |
| $x' = 0,6$              | 0.70289  | 0.70303  | 0.70319  | 0.70335  | 0.70351  | 0.70369  | 0.70387  | 0.70406  | 0.70425  | 0.70446  |
| $x' = 0,6$              | 0.64588  | 0.64605  | 0.64621  | 0.64639  | 0.64657  | 0.64676  | 0.64696  | 0.64716  | 0.64738  | 0.64761  |
| $x' = 0,7$              | 0.58374  | 0.58391  | 0.58409  | 0.58427  | 0.58446  | 0.58466  | 0.58487  | 0.58509  | 0.58532  | 0.58556  |
| $x' = 0,7$              | 0.51639  | 0.51657  | 0.51675  | 0.51694  | 0.51714  | 0.51734  | 0.51756  | 0.51778  | 0.51802  | 0.51826  |
| $x' = 0,8$              | 0.44380  | 0.44397  | 0.44415  | 0.44434  | 0.44453  | 0.44474  | 0.44495  | 0.44517  | 0.44540  | 0.44565  |
| $x' = 0,8$              | 0.36590  | 0.36606  | 0.36623  | 0.36641  | 0.36659  | 0.36678  | 0.36698  | 0.36719  | 0.36741  | 0.36763  |
| $x' = 0,9$              | 0.28264  | 0.28278  | 0.28293  | 0.28308  | 0.28324  | 0.28341  | 0.28358  | 0.28376  | 0.28395  | 0.28415  |
| $x' = 0,9$              | 0.19395  | 0.19406  | 0.19417  | 0.19429  | 0.19441  | 0.19454  | 0.19467  | 0.19481  | 0.19496  | 0.19511  |
| $x' = 0,9$              | 0.09976  | 0.09982  | 0.09989  | 0.09995  | 0.10003  | 0.10010  | 0.10018  | 0.10026  | 0.10034  | 0.10043  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $L/F$                   | 6.00000  | 5.90000  | 5.80000  | 5.70000  | 5.60000  | 5.50000  | 5.40000  | 5.30000  | 5.20000  | 5.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.64409  | 0.65429  | 0.66481  | 0.67566  | 0.68685  | 0.69842  | 0.71036  | 0.72271  | 0.73547  | 0.74868  |
| $Tg \varphi_0$          | 0.68956  | 0.70198  | 0.71487  | 0.72825  | 0.74215  | 0.75660  | 0.77163  | 0.78728  | 0.80360  | 0.82061  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 34.58848 | 35.06818 | 35.55990 | 36.06402 | 36.58096 | 37.11112 | 37.65493 | 38.21284 | 38.78529 | 39.37274 |
| $\text{Sen } \varphi_0$ | 0.56768  | 0.57455  | 0.58155  | 0.58869  | 0.59596  | 0.60336  | 0.61090  | 0.61858  | 0.62640  | 0.63436  |
| $\text{Cos } \varphi_0$ | 0.82325  | 0.81847  | 0.81351  | 0.80836  | 0.80302  | 0.79747  | 0.79170  | 0.78572  | 0.77950  | 0.77304  |
| $R/F$                   | 4.65774  | 4.50871  | 4.36217  | 4.21812  | 4.07656  | 3.93747  | 3.80088  | 3.66676  | 3.53513  | 3.40598  |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 4.19814  | 4.13454  | 4.07104  | 4.00762  | 3.94431  | 3.88110  | 3.81801  | 3.75502  | 3.69216  | 3.62942  |
| $S/L$                   | 1.07059  | 1.07289  | 1.07531  | 1.07784  | 1.08050  | 1.08330  | 1.08625  | 1.08935  | 1.09262  | 1.09607  |
| $v'/f^*$                | 0.65356  | 0.65316  | 0.65275  | 0.65231  | 0.65186  | 0.65139  | 0.65090  | 0.65038  | 0.64984  | 0.64927  |
| $I_{x/ef} * 3$          | 3.32941  | 3.27808  | 3.22681  | 3.17560  | 3.12446  | 3.07339  | 3.02238  | 2.97146  | 2.92061  | 2.86984  |
| $I_{g/ef} * 3$          | 0.58569  | 0.57756  | 0.56945  | 0.56137  | 0.55331  | 0.54527  | 0.53725  | 0.52926  | 0.52130  | 0.51336  |
| $W_{i/ef} * 2$          | 0.89615  | 0.88426  | 0.87240  | 0.86058  | 0.84881  | 0.83708  | 0.82540  | 0.81377  | 0.80219  | 0.79067  |
| $\mu_{g/ev}$            | 6.99056  | 6.87645  | 6.76241  | 6.64842  | 6.53450  | 6.42065  | 6.30688  | 6.19318  | 6.07958  | 5.96606  |
| $x' = 0,1$              | 0.99758  | 0.99759  | 0.99759  | 0.99759  | 0.99760  | 0.99760  | 0.99760  | 0.99761  | 0.99761  | 0.99761  |
| $x' = 0,2$              | 0.97835  | 0.97827  | 0.97829  | 0.97832  | 0.97834  | 0.97837  | 0.97840  | 0.97843  | 0.97847  | 0.97850  |
| $x' = 0,3$              | 0.96130  | 0.96134  | 0.96138  | 0.96143  | 0.96148  | 0.96152  | 0.96158  | 0.96163  | 0.96169  | 0.96175  |
| $x' = 0,4$              | 0.93949  | 0.93955  | 0.93961  | 0.93968  | 0.93975  | 0.93983  | 0.93991  | 0.93999  | 0.94007  | 0.94017  |
| $x' = 0,5$              | 0.91278  | 0.91286  | 0.91295  | 0.91305  | 0.91315  | 0.91325  | 0.91336  | 0.91348  | 0.91360  | 0.91373  |
| $x' = 0,6$              | 0.88115  | 0.88126  | 0.88138  | 0.88151  | 0.88164  | 0.88177  | 0.88192  | 0.88207  | 0.88223  | 0.88239  |
| $x' = 0,7$              | 0.84456  | 0.84470  | 0.84485  | 0.84501  | 0.84517  | 0.84535  | 0.84553  | 0.84572  | 0.84591  | 0.84612  |
| $x' = 0,8$              | 0.80298  | 0.80316  | 0.80334  | 0.80352  | 0.80372  | 0.80393  | 0.80415  | 0.80437  | 0.80461  | 0.80486  |
| $x' = 0,9$              | 0.75637  | 0.75657  | 0.75678  | 0.75700  | 0.75723  | 0.75747  | 0.75772  | 0.75799  | 0.75827  | 0.75856  |
| $x' = 1,0$              | 0.70468  | 0.70490  | 0.70514  | 0.70538  | 0.70564  | 0.70591  | 0.70620  | 0.70650  | 0.70681  | 0.70714  |
| $x' = 1,1$              | 0.64784  | 0.64809  | 0.64835  | 0.64862  | 0.64890  | 0.64919  | 0.64951  | 0.64983  | 0.65018  | 0.65054  |
| $x' = 1,2$              | 0.58581  | 0.58607  | 0.58635  | 0.58663  | 0.58693  | 0.58725  | 0.58758  | 0.58792  | 0.58829  | 0.58867  |
| $x' = 1,3$              | 0.51852  | 0.51879  | 0.51907  | 0.51936  | 0.51967  | 0.51999  | 0.52033  | 0.52069  | 0.52106  | 0.52146  |
| $x' = 1,4$              | 0.44500  | 0.44616  | 0.44644  | 0.44673  | 0.44703  | 0.44735  | 0.44769  | 0.44804  | 0.44841  | 0.44880  |
| $x' = 1,5$              | 0.36787  | 0.36812  | 0.36838  | 0.36865  | 0.36894  | 0.36924  | 0.36955  | 0.36988  | 0.37023  | 0.37059  |
| $x' = 1,6$              | 0.28436  | 0.28457  | 0.28480  | 0.28504  | 0.28529  | 0.28555  | 0.28582  | 0.28611  | 0.28641  | 0.28673  |
| $x' = 1,7$              | 0.19527  | 0.19544  | 0.19561  | 0.19579  | 0.19599  | 0.19619  | 0.19640  | 0.19662  | 0.19685  | 0.19710  |
| $x' = 1,8$              | 0.10052  | 0.10061  | 0.10071  | 0.10082  | 0.10093  | 0.10104  | 0.10116  | 0.10129  | 0.10142  | 0.10157  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/P                     | 5.00000  | 4.90000  | 4.80000  | 4.70000  | 4.60000  | 4.50000  | 4.40000  | 4.30000  | 4.20000  | 4.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.76235  | 0.77652  | 0.79119  | 0.80641  | 0.82219  | 0.83858  | 0.85560  | 0.87330  | 0.89171  | 0.91087  |
| Tg $\varphi_0$          | 0.83838  | 0.85694  | 0.87636  | 0.89669  | 0.91801  | 0.94038  | 0.96388  | 0.98861  | 1.01467  | 1.04215  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 39.97569 | 40.59460 | 41.22999 | 41.88235 | 42.55221 | 43.24009 | 43.94652 | 44.67203 | 45.41715 | 46.18242 |
| sen $\varphi_0$         | 0.64246  | 0.65070  | 0.65908  | 0.66760  | 0.67626  | 0.68506  | 0.69399  | 0.70305  | 0.71224  | 0.72155  |
| cos $\varphi_0$         | 0.76632  | 0.75933  | 0.75207  | 0.74452  | 0.73666  | 0.72849  | 0.71999  | 0.71114  | 0.70194  | 0.69237  |
| R/F                     | 3.27931  | 3.15512  | 3.03341  | 2.91417  | 2.79740  | 2.68311  | 2.57128  | 2.46193  | 2.35504  | 2.25061  |
| $\mu x/ef * 2$          | 3.56681  | 3.50434  | 3.44202  | 3.37985  | 3.31783  | 3.25599  | 3.19431  | 3.13283  | 3.07154  | 3.01045  |
| S/L                     | 1.09972  | 1.10357  | 1.10764  | 1.11196  | 1.11654  | 1.12139  | 1.12655  | 1.13204  | 1.13789  | 1.14413  |
| $v'/z^*$                | 0.64868  | 0.64805  | 0.64740  | 0.64671  | 0.64599  | 0.64523  | 0.64443  | 0.64358  | 0.64269  | 0.64176  |
| $Ix/ef * 3$             | 2.81916  | 2.76857  | 2.71807  | 2.66768  | 2.61738  | 2.56720  | 2.51713  | 2.46718  | 2.41736  | 2.36767  |
| $Iy/ef * 3$             | 0.50545  | 0.49757  | 0.48972  | 0.48190  | 0.47411  | 0.46635  | 0.45863  | 0.45095  | 0.44330  | 0.43569  |
| $W1/ef * 2$             | 0.77920  | 0.76779  | 0.75644  | 0.74515  | 0.73393  | 0.72277  | 0.71169  | 0.70068  | 0.68975  | 0.67890  |
| $\mu g/ev * 2$          | 5.85264  | 5.73932  | 5.62611  | 5.51302  | 5.40006  | 5.28724  | 5.17456  | 5.06204  | 4.94969  | 4.83753  |
| $x' = 0,1$              | 0.99762  | 0.99762  | 0.99763  | 0.99763  | 0.99764  | 0.99764  | 0.99765  | 0.99765  | 0.99766  | 0.99767  |
|                         | 0.99047  | 0.99048  | 0.99050  | 0.99052  | 0.99054  | 0.99056  | 0.99058  | 0.99061  | 0.99063  | 0.99066  |
| $x' = 0,2$              | 0.97854  | 0.97857  | 0.97861  | 0.97865  | 0.97870  | 0.97875  | 0.97879  | 0.97885  | 0.97890  | 0.97896  |
|                         | 0.96181  | 0.96187  | 0.96194  | 0.96202  | 0.96209  | 0.96218  | 0.96226  | 0.96235  | 0.96245  | 0.96255  |
| $x' = 0,3$              | 0.94026  | 0.94036  | 0.94047  | 0.94058  | 0.94070  | 0.94082  | 0.94095  | 0.94109  | 0.94124  | 0.94140  |
|                         | 0.91386  | 0.91400  | 0.91415  | 0.91431  | 0.91447  | 0.91465  | 0.91483  | 0.91502  | 0.91523  | 0.91545  |
| $x' = 0,4$              | 0.88257  | 0.88276  | 0.88295  | 0.88316  | 0.88337  | 0.88360  | 0.88384  | 0.88410  | 0.88437  | 0.88466  |
|                         | 0.84634  | 0.84658  | 0.84682  | 0.84708  | 0.84735  | 0.84763  | 0.84794  | 0.84826  | 0.84860  | 0.84896  |
| $x' = 0,5$              | 0.80513  | 0.80541  | 0.80570  | 0.80601  | 0.80634  | 0.80668  | 0.80705  | 0.80743  | 0.80784  | 0.80828  |
|                         | 0.75887  | 0.75919  | 0.75953  | 0.75989  | 0.76027  | 0.76067  | 0.76110  | 0.76155  | 0.76202  | 0.76253  |
| $x' = 0,6$              | 0.70749  | 0.70785  | 0.70824  | 0.70864  | 0.70907  | 0.70953  | 0.71000  | 0.71051  | 0.71105  | 0.71162  |
|                         | 0.65092  | 0.65132  | 0.65174  | 0.65218  | 0.65265  | 0.65315  | 0.65367  | 0.65423  | 0.65482  | 0.65544  |
| $x' = 0,7$              | 0.58908  | 0.58950  | 0.58995  | 0.59042  | 0.59092  | 0.59145  | 0.59200  | 0.59259  | 0.59322  | 0.59388  |
|                         | 0.52187  | 0.52231  | 0.52277  | 0.52325  | 0.52376  | 0.52431  | 0.52488  | 0.52548  | 0.52613  | 0.52681  |
| $x' = 0,8$              | 0.44921  | 0.44964  | 0.45009  | 0.45057  | 0.45108  | 0.45161  | 0.45218  | 0.45278  | 0.45341  | 0.45408  |
|                         | 0.37098  | 0.37138  | 0.37181  | 0.37226  | 0.37273  | 0.37324  | 0.37377  | 0.37433  | 0.37493  | 0.37556  |
| $x' = 0,9$              | 0.28707  | 0.28742  | 0.28779  | 0.28819  | 0.28860  | 0.28904  | 0.28950  | 0.29000  | 0.29052  | 0.29107  |
|                         | 0.19736  | 0.19763  | 0.19791  | 0.19822  | 0.19854  | 0.19888  | 0.19923  | 0.19961  | 0.20002  | 0.20044  |
|                         | 0.10171  | 0.10187  | 0.10203  | 0.10221  | 0.10239  | 0.10259  | 0.10279  | 0.10301  | 0.10324  | 0.10349  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $L/F$                   | 4.00000  | 3.90000  | 3.80000  | 3.70000  | 3.60000  | 3.50000  | 3.40000  | 3.30000  | 3.20000  | 3.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 0.93082  | 0.95162  | 0.97332  | 0.99598  | 1.01965  | 1.04440  | 1.07031  | 1.09745  | 1.12592  | 1.15579  |
| $Tg \varphi_0$          | 1.07118  | 1.10190  | 1.13445  | 1.16800  | 1.20575  | 1.24490  | 1.28669  | 1.33140  | 1.37934  | 1.43086  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 46.96838 | 47.77552 | 48.60438 | 49.45543 | 50.32913 | 51.22593 | 52.14622 | 53.09034 | 54.05858 | 55.05117 |
| $Sen \varphi_0$         | 0.73098  | 0.74052  | 0.75016  | 0.75990  | 0.76972  | 0.77962  | 0.78958  | 0.79958  | 0.80962  | 0.81966  |
| $Cos \varphi_0$         | 0.68240  | 0.67204  | 0.66126  | 0.65004  | 0.63838  | 0.62625  | 0.61365  | 0.60056  | 0.58696  | 0.57285  |
| $R/F$                   | 2.14864  | 2.04913  | 1.95208  | 1.85747  | 1.76531  | 1.67560  | 1.58832  | 1.50348  | 1.42107  | 1.34107  |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 2.94957  | 2.88893  | 2.82852  | 2.76837  | 2.70848  | 2.64887  | 2.58956  | 2.53057  | 2.47191  | 2.41360  |
| $S/L$                   | 1.15079  | 1.15791  | 1.16554  | 1.17373  | 1.18251  | 1.19197  | 1.20217  | 1.21318  | 1.22508  | 1.23799  |
| $v'/f *$                | 0.64077  | 0.63973  | 0.63863  | 0.63746  | 0.63623  | 0.63493  | 0.63355  | 0.63209  | 0.63055  | 0.62891  |
| $Ix/ef * 3$             | 2.31813  | 2.26873  | 2.21949  | 2.17041  | 2.12151  | 2.07279  | 2.02427  | 1.97595  | 1.92785  | 1.87999  |
| $Ig/ef * 3$             | 0.42812  | 0.42060  | 0.41311  | 0.40568  | 0.39828  | 0.39094  | 0.38364  | 0.37640  | 0.36920  | 0.36206  |
| $Wl/ef * 2$             | 0.66814  | 0.65746  | 0.64688  | 0.63639  | 0.62600  | 0.61572  | 0.60554  | 0.59547  | 0.58553  | 0.57570  |
| $\mu_{g/ev} * 2$        | 4.72556  | 4.61380  | 4.50228  | 4.39100  | 4.27999  | 4.16928  | 4.05888  | 3.94883  | 3.83914  | 3.72987  |
| $x' = 0.1$              | 0.93767  | 0.99768  | 0.99769  | 0.99770  | 0.99771  | 0.99771  | 0.99773  | 0.99774  | 0.99775  | 0.99776  |
| $x' = 0.2$              | 0.99069  | 0.99071  | 0.99075  | 0.99078  | 0.99082  | 0.99085  | 0.99089  | 0.99094  | 0.99098  | 0.99103  |
| $x' = 0.3$              | 0.97902  | 0.97909  | 0.97916  | 0.97923  | 0.97931  | 0.97940  | 0.97949  | 0.97958  | 0.97969  | 0.97980  |
| $x' = 0.4$              | 0.96266  | 0.96277  | 0.96290  | 0.96303  | 0.96317  | 0.96331  | 0.96347  | 0.96364  | 0.96382  | 0.96401  |
| $x' = 0.5$              | 0.94156  | 0.94174  | 0.94192  | 0.94212  | 0.94233  | 0.94256  | 0.94280  | 0.94306  | 0.94333  | 0.94363  |
| $x' = 0.6$              | 0.91568  | 0.91593  | 0.91619  | 0.91647  | 0.91676  | 0.91708  | 0.91742  | 0.91778  | 0.91816  | 0.91857  |
| $x' = 0.7$              | 0.88496  | 0.88529  | 0.88563  | 0.88600  | 0.88639  | 0.88680  | 0.88724  | 0.88772  | 0.88822  | 0.88877  |
| $x' = 0.8$              | 0.84934  | 0.84975  | 0.85018  | 0.85064  | 0.85112  | 0.85164  | 0.85220  | 0.85279  | 0.85343  | 0.85411  |
| $x' = 0.9$              | 0.80874  | 0.80923  | 0.80974  | 0.81030  | 0.81089  | 0.81151  | 0.81218  | 0.81290  | 0.81367  | 0.81449  |
| $x' = 1.0$              | 0.76306  | 0.76363  | 0.76424  | 0.76488  | 0.76557  | 0.76630  | 0.76708  | 0.76791  | 0.76881  | 0.76976  |
| $x' = 1.1$              | 0.71222  | 0.71286  | 0.71355  | 0.71427  | 0.71505  | 0.71587  | 0.71676  | 0.71770  | 0.71871  | 0.71979  |
| $x' = 1.2$              | 0.65610  | 0.65681  | 0.65755  | 0.65835  | 0.65920  | 0.66011  | 0.66107  | 0.66211  | 0.66322  | 0.66440  |
| $x' = 1.3$              | 0.59458  | 0.59533  | 0.59613  | 0.59697  | 0.59788  | 0.59884  | 0.59987  | 0.60097  | 0.60215  | 0.60341  |
| $x' = 1.4$              | 0.52753  | 0.52830  | 0.52912  | 0.52999  | 0.53092  | 0.53191  | 0.53297  | 0.53410  | 0.53532  | 0.53662  |
| $x' = 1.5$              | 0.45480  | 0.45556  | 0.45637  | 0.45723  | 0.45815  | 0.45913  | 0.46018  | 0.46130  | 0.46251  | 0.46380  |
| $x' = 1.6$              | 0.37623  | 0.37695  | 0.37771  | 0.37852  | 0.37938  | 0.38031  | 0.38130  | 0.38235  | 0.38349  | 0.38470  |
| $x' = 1.7$              | 0.29166  | 0.29228  | 0.29295  | 0.29366  | 0.29442  | 0.29522  | 0.29609  | 0.29702  | 0.29801  | 0.29907  |
| $x' = 1.8$              | 0.20090  | 0.20138  | 0.20189  | 0.20244  | 0.20302  | 0.20365  | 0.20432  | 0.20503  | 0.20580  | 0.20662  |
| $x' = 1.9$              | 0.10375  | 0.10402  | 0.10432  | 0.10463  | 0.10497  | 0.10533  | 0.10571  | 0.10613  | 0.10657  | 0.10704  |



|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 3.05000  | 3.00000  | 2.95000  | 2.90000  | 2.85000  | 2.80000  | 2.75000  | 2.70000  | 2.65000  | 2.60000  |
| $\theta = L/2R$         | 1.17129  | 1.18718  | 1.20348  | 1.22020  | 1.23736  | 1.25497  | 1.27305  | 1.29163  | 1.31071  | 1.33032  |
| Tg $\varphi_0$          | 1.45809  | 1.48637  | 1.51577  | 1.54635  | 1.57817  | 1.61132  | 1.64588  | 1.68194  | 1.71958  | 1.75893  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 55.55665 | 56.06826 | 56.58600 | 57.10987 | 57.63987 | 58.17596 | 58.71813 | 59.26633 | 59.82053 | 60.38065 |
| Sen $\varphi_0$         | 0.82469  | 0.82970  | 0.83471  | 0.83971  | 0.84470  | 0.84967  | 0.85462  | 0.85955  | 0.86445  | 0.86933  |
| Cos $\varphi_0$         | 0.56559  | 0.55821  | 0.55069  | 0.54303  | 0.53524  | 0.52731  | 0.51925  | 0.51105  | 0.50271  | 0.49424  |
| R/F                     | 1.30198  | 1.26350  | 1.22561  | 1.18833  | 1.15165  | 1.11557  | 1.08008  | 1.04520  | 1.01090  | 0.97721  |
| $\mu_{x/ef} * 2$        | 2.38459  | 2.35567  | 2.32685  | 2.29813  | 2.26952  | 2.24101  | 2.21262  | 2.18434  | 2.15618  | 2.12814  |
| S/L                     | 1.24486  | 1.25202  | 1.25949  | 1.26729  | 1.27544  | 1.28395  | 1.29286  | 1.30219  | 1.31195  | 1.32219  |
| $v'/c^*$                | 0.62805  | 0.62717  | 0.62626  | 0.62532  | 0.62435  | 0.62336  | 0.62233  | 0.62127  | 0.62018  | 0.61906  |
| $I_{x/ef} * 3$          | 1.85615  | 1.83237  | 1.80865  | 1.78500  | 1.76143  | 1.73792  | 1.71448  | 1.69113  | 1.66784  | 1.64464  |
| $I_{g/ef} * 3$          | 0.35851  | 0.35497  | 0.35145  | 0.34794  | 0.34445  | 0.34097  | 0.33750  | 0.33405  | 0.33062  | 0.32719  |
| $W_{i/ef} * 2$          | 0.57083  | 0.56600  | 0.56119  | 0.55643  | 0.55169  | 0.54699  | 0.54232  | 0.53769  | 0.53309  | 0.52853  |
| $\mu_{g/ev} * 2$        | 3.67539  | 3.62104  | 3.56680  | 3.51268  | 3.45870  | 3.40485  | 3.35115  | 3.29760  | 3.24420  | 3.19096  |
| $x' = 0.1$              | 0.99777  | 0.99777  | 0.99778  | 0.99779  | 0.99780  | 0.99780  | 0.99781  | 0.99782  | 0.99783  | 0.99784  |
| $x' = 0.2$              | 0.99106  | 0.99109  | 0.99111  | 0.99114  | 0.99117  | 0.99120  | 0.99124  | 0.99127  | 0.99130  | 0.99134  |
| $x' = 0.3$              | 0.97985  | 0.97991  | 0.97998  | 0.98004  | 0.98011  | 0.98018  | 0.98025  | 0.98032  | 0.98040  | 0.98048  |
| $x' = 0.4$              | 0.96411  | 0.96422  | 0.96433  | 0.96444  | 0.96456  | 0.96468  | 0.96480  | 0.96493  | 0.96507  | 0.96521  |
| $x' = 0.5$              | 0.94378  | 0.94394  | 0.94411  | 0.94428  | 0.94446  | 0.94464  | 0.94484  | 0.94503  | 0.94524  | 0.94546  |
| $x' = 0.6$              | 0.91879  | 0.91901  | 0.91925  | 0.91949  | 0.91974  | 0.92000  | 0.92027  | 0.92055  | 0.92084  | 0.92114  |
| $x' = 0.7$              | 0.88905  | 0.88935  | 0.88966  | 0.88997  | 0.89030  | 0.89065  | 0.89100  | 0.89137  | 0.89175  | 0.89215  |
| $x' = 0.8$              | 0.85447  | 0.85484  | 0.85523  | 0.85562  | 0.85604  | 0.85647  | 0.85691  | 0.85737  | 0.85785  | 0.85835  |
| $x' = 0.9$              | 0.81492  | 0.81537  | 0.81583  | 0.81631  | 0.81681  | 0.81733  | 0.81787  | 0.81842  | 0.81900  | 0.81960  |
| $x' = 1.0$              | 0.77027  | 0.77079  | 0.77133  | 0.77189  | 0.77248  | 0.77308  | 0.77371  | 0.77436  | 0.77503  | 0.77573  |
| $x' = 1.1$              | 0.72036  | 0.72095  | 0.72156  | 0.72220  | 0.72286  | 0.72354  | 0.72425  | 0.72499  | 0.72575  | 0.72655  |
| $x' = 1.2$              | 0.66503  | 0.66568  | 0.66635  | 0.66705  | 0.66777  | 0.66852  | 0.66930  | 0.67011  | 0.67095  | 0.67182  |
| $x' = 1.3$              | 0.60408  | 0.60477  | 0.60549  | 0.60623  | 0.60700  | 0.60780  | 0.60863  | 0.60949  | 0.61039  | 0.61132  |
| $x' = 1.4$              | 0.53731  | 0.53802  | 0.53876  | 0.53952  | 0.54032  | 0.54114  | 0.54200  | 0.54289  | 0.54381  | 0.54478  |
| $x' = 1.5$              | 0.46448  | 0.46518  | 0.46591  | 0.46667  | 0.46746  | 0.46828  | 0.46913  | 0.47002  | 0.47093  | 0.47189  |
| $x' = 1.6$              | 0.38534  | 0.38601  | 0.38670  | 0.38742  | 0.38816  | 0.38893  | 0.38974  | 0.39057  | 0.39144  | 0.39234  |
| $x' = 1.7$              | 0.29964  | 0.30022  | 0.30083  | 0.30145  | 0.30211  | 0.30278  | 0.30349  | 0.30428  | 0.30498  | 0.30578  |
| $x' = 1.8$              | 0.20706  | 0.20751  | 0.20798  | 0.20847  | 0.20897  | 0.20950  | 0.21004  | 0.21061  | 0.21120  | 0.21181  |
| $x' = 1.9$              | 0.10729  | 0.10755  | 0.10782  | 0.10811  | 0.10840  | 0.10870  | 0.10902  | 0.10934  | 0.10968  | 0.11004  |

|                       |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                   | 2.55000  | 2.50000  | 2.45000  | 2.40000  | 2.35000  | 2.30000  | 2.25000  | 2.20000  | 2.15000  | 2.10000  |
| $\theta = L/2R$       | 1.35048  | 1.37122  | 1.39255  | 1.41451  | 1.43712  | 1.46040  | 1.48439  | 1.50912  | 1.53462  | 1.56093  |
| Tg $\varphi$          | 1.80009  | 1.84318  | 1.88834  | 1.93571  | 1.98547  | 2.03777  | 2.09282  | 2.15082  | 2.21202  | 2.27666  |
| $\varphi$ (en grados) | 60.94665 | 61.51843 | 62.09590 | 62.67896 | 63.26750 | 63.86138 | 64.46045 | 65.06455 | 65.67351 | 66.28711 |
| Sen $\varphi$         | 0.87417  | 0.87897  | 0.88373  | 0.88845  | 0.89312  | 0.89773  | 0.90229  | 0.90678  | 0.91121  | 0.91557  |
| Cos $\varphi$         | 0.48562  | 0.47688  | 0.46799  | 0.45898  | 0.44983  | 0.44055  | 0.43114  | 0.42160  | 0.41194  | 0.40216  |
| R/F                   | 0.94411  | 0.91160  | 0.87968  | 0.84835  | 0.81761  | 0.78746  | 0.75789  | 0.72890  | 0.70050  | 0.67267  |
| $\mu_x/ef^2$          | 2.10022  | 2.07244  | 2.04479  | 2.01727  | 1.98990  | 1.96267  | 1.93559  | 1.90867  | 1.88191  | 1.85531  |
| S/L                   | 1.33292  | 1.34419  | 1.35603  | 1.36847  | 1.38156  | 1.39535  | 1.40988  | 1.42522  | 1.44141  | 1.45853  |
| $v'/f^*$              | 0.61790  | 0.61671  | 0.61548  | 0.61421  | 0.61290  | 0.61156  | 0.61017  | 0.60873  | 0.60726  | 0.60574  |
| Ix/ef*3               | 1.62152  | 1.59849  | 1.57554  | 1.55269  | 1.52993  | 1.50726  | 1.48469  | 1.46223  | 1.43987  | 1.41762  |
| Ig/ef*3               | 0.32379  | 0.32040  | 0.31702  | 0.31366  | 0.31031  | 0.30697  | 0.30366  | 0.30035  | 0.29706  | 0.29379  |
| Wl/ef*2               | 0.52401  | 0.51952  | 0.51507  | 0.51066  | 0.50629  | 0.50196  | 0.49766  | 0.49340  | 0.48919  | 0.48501  |
| $\mu_g/ev^2$          | 3.13790  | 3.08501  | 3.03231  | 2.97980  | 2.92749  | 2.87539  | 2.82352  | 2.77188  | 2.72047  | 2.66932  |
| $x' = 0,1$            | 0.99785  | 0.99786  | 0.99787  | 0.99788  | 0.99789  | 0.99790  | 0.99791  | 0.99792  | 0.99794  | 0.99795  |
| $x' = 0,2$            | 0.99138  | 0.99142  | 0.99146  | 0.99150  | 0.99154  | 0.99159  | 0.99164  | 0.99168  | 0.99174  | 0.99179  |
| $x' = 0,3$            | 0.98056  | 0.98065  | 0.98074  | 0.98083  | 0.98093  | 0.98103  | 0.98114  | 0.98124  | 0.98136  | 0.98148  |
| $x' = 0,4$            | 0.96535  | 0.96550  | 0.96566  | 0.96582  | 0.96599  | 0.96617  | 0.96636  | 0.96655  | 0.96675  | 0.96695  |
| $x' = 0,5$            | 0.94568  | 0.94591  | 0.94615  | 0.94640  | 0.94666  | 0.94693  | 0.94721  | 0.94751  | 0.94781  | 0.94813  |
| $x' = 0,6$            | 0.92145  | 0.92178  | 0.92211  | 0.92246  | 0.92283  | 0.92321  | 0.92360  | 0.92401  | 0.92444  | 0.92489  |
| $x' = 0,7$            | 0.89256  | 0.89299  | 0.89343  | 0.89389  | 0.89437  | 0.89487  | 0.89539  | 0.89594  | 0.89650  | 0.89709  |
| $x' = 0,8$            | 0.85887  | 0.85941  | 0.85996  | 0.86055  | 0.86115  | 0.86178  | 0.86243  | 0.86312  | 0.86383  | 0.86457  |
| $x' = 0,9$            | 0.82023  | 0.82088  | 0.82155  | 0.82226  | 0.82299  | 0.82375  | 0.82454  | 0.82536  | 0.82622  | 0.82712  |
| $x' = 0,9$            | 0.77646  | 0.77722  | 0.77801  | 0.77883  | 0.77968  | 0.78057  | 0.78150  | 0.78246  | 0.78347  | 0.78451  |
| $x' = 0,9$            | 0.72737  | 0.72823  | 0.72912  | 0.73005  | 0.73102  | 0.73203  | 0.73308  | 0.73417  | 0.73531  | 0.73650  |
| $x' = 0,9$            | 0.67273  | 0.67368  | 0.67466  | 0.67568  | 0.67674  | 0.67785  | 0.67901  | 0.68021  | 0.68147  | 0.68278  |
| $x' = 0,9$            | 0.61229  | 0.61330  | 0.61435  | 0.61544  | 0.61658  | 0.61776  | 0.61899  | 0.62028  | 0.62162  | 0.62303  |
| $x' = 0,9$            | 0.54578  | 0.54682  | 0.54790  | 0.54903  | 0.55020  | 0.55143  | 0.55270  | 0.55403  | 0.55542  | 0.55687  |
| $x' = 0,9$            | 0.47288  | 0.47392  | 0.47499  | 0.47611  | 0.47728  | 0.47850  | 0.47977  | 0.48110  | 0.48248  | 0.48392  |
| $x' = 0,9$            | 0.39328  | 0.39426  | 0.39527  | 0.39633  | 0.39744  | 0.39859  | 0.39979  | 0.40105  | 0.40236  | 0.40373  |
| $x' = 0,9$            | 0.30660  | 0.30746  | 0.30835  | 0.30929  | 0.31026  | 0.31127  | 0.31233  | 0.31344  | 0.31459  | 0.31580  |
| $x' = 0,9$            | 0.21245  | 0.21312  | 0.21382  | 0.21454  | 0.21529  | 0.21608  | 0.21691  | 0.21776  | 0.21866  | 0.21960  |
| $x' = 0,9$            | 0.11041  | 0.11079  | 0.11120  | 0.11162  | 0.11205  | 0.11251  | 0.11299  | 0.11348  | 0.11400  | 0.11455  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $L/F$                   | 2.05000  | 2.00000  | 1.95000  | 1.90000  | 1.85000  | 1.80000  | 1.75000  | 1.70000  | 1.65000  | 1.60000  |
| $\theta = L/2R$         | 1.58809  | 1.61614  | 1.64511  | 1.67507  | 1.70505  | 1.73812  | 1.77132  | 1.80573  | 1.84141  | 1.87844  |
| $Tg \varphi_0$          | 2.34504  | 2.41747  | 2.49431  | 2.57594  | 2.66280  | 2.75539  | 2.85426  | 2.96004  | 3.07342  | 3.19522  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 66.90515 | 67.52739 | 68.15358 | 68.78345 | 69.41669 | 70.05299 | 70.69201 | 71.33339 | 71.97673 | 72.62163 |
| $\text{sen } \varphi_0$ | 0.91986  | 0.92406  | 0.92818  | 0.93222  | 0.93616  | 0.94001  | 0.94375  | 0.94740  | 0.95093  | 0.95435  |
| $\text{Cos } \varphi_0$ | 0.39226  | 0.38224  | 0.37212  | 0.36190  | 0.35157  | 0.34115  | 0.33065  | 0.32006  | 0.30940  | 0.29868  |
| $R/F$                   | 0.64543  | 0.61876  | 0.59266  | 0.56714  | 0.54219  | 0.51780  | 0.49398  | 0.47072  | 0.44803  | 0.42589  |
| $\mu_{x/ef*2}$          | 1.82889  | 1.80364  | 1.77656  | 1.75068  | 1.72499  | 1.69949  | 1.67421  | 1.64913  | 1.62427  | 1.59964  |
| $S/L$                   | 1.47664  | 1.49583  | 1.51619  | 1.53781  | 1.56080  | 1.58527  | 1.61137  | 1.63924  | 1.66906  | 1.70100  |
| $v'/f^*$                | 0.60417  | 0.60255  | 0.60089  | 0.59917  | 0.59740  | 0.59558  | 0.59371  | 0.59178  | 0.58980  | 0.58776  |
| $Ix/ef^*3$              | 1.39548  | 1.37346  | 1.35156  | 1.32978  | 1.30813  | 1.28661  | 1.26523  | 1.24398  | 1.22289  | 1.20194  |
| $Iq/ef^*3$              | 0.29052  | 0.28728  | 0.28404  | 0.28082  | 0.27761  | 0.27442  | 0.27123  | 0.26806  | 0.26490  | 0.26175  |
| $w/ef^*2$               | 0.48087  | 0.47677  | 0.47270  | 0.46868  | 0.46470  | 0.46075  | 0.45684  | 0.45297  | 0.44913  | 0.44533  |
| $\mu_{g/ev^*2}$         | 2.61844  | 2.56783  | 2.51750  | 2.46748  | 2.41777  | 2.36839  | 2.31935  | 2.27067  | 2.22236  | 2.17444  |
| $x' = 0,1$              | 0.99796  | 0.99798  | 0.99799  | 0.99801  | 0.99803  | 0.99804  | 0.99806  | 0.99808  | 0.99810  | 0.99812  |
| $x' = 0,2$              | 0.99184  | 0.99190  | 0.99196  | 0.99202  | 0.99209  | 0.99216  | 0.99223  | 0.99230  | 0.99238  | 0.99246  |
| $x' = 0,3$              | 0.98160  | 0.98173  | 0.98186  | 0.98200  | 0.98215  | 0.98230  | 0.98246  | 0.98263  | 0.98280  | 0.98298  |
| $x' = 0,4$              | 0.96717  | 0.96739  | 0.96763  | 0.96787  | 0.96813  | 0.96840  | 0.96868  | 0.96897  | 0.96927  | 0.96959  |
| $x' = 0,5$              | 0.94846  | 0.94880  | 0.94916  | 0.94954  | 0.94993  | 0.95034  | 0.95077  | 0.95122  | 0.95168  | 0.95217  |
| $x' = 0,6$              | 0.92535  | 0.92584  | 0.92634  | 0.92687  | 0.92742  | 0.92800  | 0.92860  | 0.92923  | 0.92988  | 0.93057  |
| $x' = 0,7$              | 0.89770  | 0.89834  | 0.89901  | 0.89971  | 0.90044  | 0.90119  | 0.90199  | 0.90282  | 0.90369  | 0.90459  |
| $x' = 0,8$              | 0.86534  | 0.86614  | 0.86698  | 0.86786  | 0.86878  | 0.86973  | 0.87073  | 0.87178  | 0.87287  | 0.87402  |
| $x' = 0,9$              | 0.82805  | 0.82903  | 0.83004  | 0.83110  | 0.83221  | 0.83337  | 0.83458  | 0.83585  | 0.83718  | 0.83857  |
| $x' = 0,6$              | 0.78561  | 0.78675  | 0.78794  | 0.78918  | 0.79048  | 0.79184  | 0.79326  | 0.79475  | 0.79631  | 0.79794  |
| $x' = 0,6$              | 0.73774  | 0.73903  | 0.74039  | 0.74180  | 0.74328  | 0.74482  | 0.74644  | 0.74813  | 0.74990  | 0.75176  |
| $x' = 0,6$              | 0.68415  | 0.68557  | 0.68707  | 0.68863  | 0.69026  | 0.69196  | 0.69375  | 0.69562  | 0.69758  | 0.69963  |
| $x' = 0,7$              | 0.62449  | 0.62602  | 0.62761  | 0.62928  | 0.63093  | 0.63266  | 0.63448  | 0.63678  | 0.63889  | 0.64109  |
| $x' = 0,8$              | 0.55839  | 0.55997  | 0.56163  | 0.56336  | 0.56517  | 0.56707  | 0.56906  | 0.57114  | 0.57333  | 0.57563  |
| $x' = 0,8$              | 0.48543  | 0.48701  | 0.48866  | 0.49039  | 0.49220  | 0.49410  | 0.49608  | 0.49817  | 0.50036  | 0.50265  |
| $x' = 0,8$              | 0.40516  | 0.40666  | 0.40822  | 0.40987  | 0.41158  | 0.41339  | 0.41528  | 0.41726  | 0.41934  | 0.42153  |
| $x' = 0,9$              | 0.31706  | 0.31838  | 0.31977  | 0.32122  | 0.32274  | 0.32433  | 0.32600  | 0.32776  | 0.32960  | 0.33154  |
| $x' = 0,9$              | 0.22059  | 0.22161  | 0.22269  | 0.22382  | 0.22501  | 0.22625  | 0.22756  | 0.22893  | 0.23037  | 0.23189  |
| $x' = 0,9$              | 0.15152  | 0.15172  | 0.15194  | 0.15217  | 0.15241  | 0.15265  | 0.15290  | 0.15315  | 0.15340  | 0.15365  |

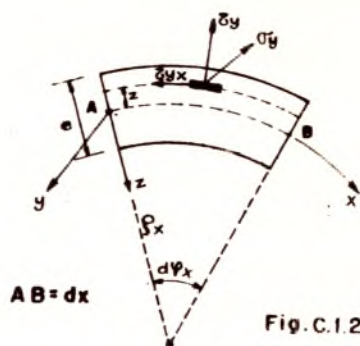
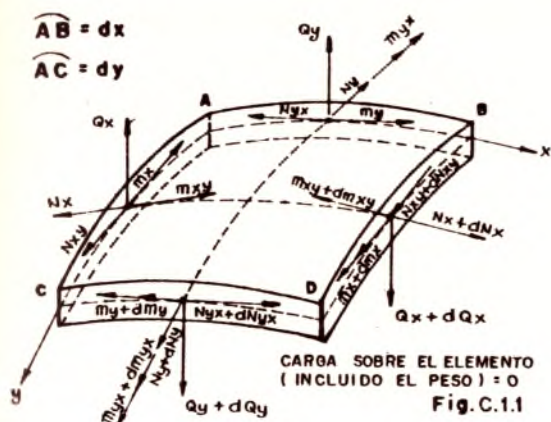
|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 1.55000  | 1.50000  | 1.45000  | 1.40000  | 1.35000  | 1.30000  | 1.25000  | 1.20000  | 1.15000  | 1.10000  |
| $\theta = L/2R$         | 1.91688  | 1.95684  | 1.99841  | 2.04168  | 2.08679  | 2.13385  | 2.18300  | 2.23441  | 2.28825  | 2.34472  |
| $Tg \varphi_0$          | 3.32633  | 3.46782  | 3.62087  | 3.78688  | 3.96745  | 4.16446  | 4.38010  | 4.61696  | 4.87813  | 5.16726  |
| $\varphi_0$ (en grados) | 73.26765 | 73.91433 | 74.56118 | 75.20768 | 75.85330 | 76.49746 | 77.13958 | 77.77902 | 78.41514 | 79.04726 |
| $Sen \varphi_0$         | 0.95766  | 0.96085  | 0.96391  | 0.96686  | 0.96967  | 0.97236  | 0.97491  | 0.97734  | 0.97963  | 0.98178  |
| $Cos \varphi_0$         | 0.28790  | 0.27708  | 0.26621  | 0.25532  | 0.24441  | 0.23349  | 0.22258  | 0.21168  | 0.20082  | 0.19000  |
| $R/F$                   | 0.40430  | 0.38327  | 0.36279  | 0.34285  | 0.32346  | 0.30461  | 0.28630  | 0.26853  | 0.25128  | 0.23457  |
| $\mu_{x/ef}^2$          | 1.57523  | 1.55107  | 1.52715  | 1.50349  | 1.48010  | 1.45697  | 1.43413  | 1.41158  | 1.38933  | 1.36738  |
| $S/L$                   | 1.73528  | 1.77215  | 1.81188  | 1.85478  | 1.90122  | 1.95162  | 2.00646  | 2.06630  | 2.13181  | 2.20378  |
| $v'/f^*$                | 0.58566  | 0.58350  | 0.58128  | 0.57900  | 0.57666  | 0.57427  | 0.57181  | 0.56929  | 0.56671  | 0.56406  |
| $I_{x/ef}^*3$           | 1.18115  | 1.16052  | 1.14006  | 1.11977  | 1.09965  | 1.07972  | 1.05998  | 1.04044  | 1.02110  | 1.00198  |
| $I_{g/ef}^*3$           | 0.25861  | 0.25548  | 0.25235  | 0.24924  | 0.24613  | 0.24303  | 0.23994  | 0.23685  | 0.23376  | 0.23068  |
| $W_{l/ef}^*2$           | 0.44157  | 0.43783  | 0.43413  | 0.43046  | 0.42682  | 0.42320  | 0.41961  | 0.41604  | 0.41249  | 0.40896  |
| $\mu_{g/ev}^2$          | 2.12693  | 2.07984  | 2.03319  | 1.98701  | 1.94130  | 1.89610  | 1.85142  | 1.80728  | 1.76371  | 1.72072  |
| $x' = 0.1$              | 0.99814  | 0.99816  | 0.99819  | 0.99821  | 0.99824  | 0.99826  | 0.99829  | 0.99832  | 0.99835  | 0.99839  |
| $x' = 0.2$              | 0.99255  | 0.99264  | 0.99273  | 0.99283  | 0.99293  | 0.99304  | 0.99315  | 0.99327  | 0.99339  | 0.99352  |
| $x' = 0.3$              | 0.98317  | 0.98337  | 0.98358  | 0.98380  | 0.98402  | 0.98426  | 0.98451  | 0.98478  | 0.98505  | 0.98534  |
| $x' = 0.4$              | 0.96992  | 0.97027  | 0.97064  | 0.97102  | 0.97142  | 0.97184  | 0.97228  | 0.97274  | 0.97322  | 0.97373  |
| $x' = 0.5$              | 0.95268  | 0.95321  | 0.95377  | 0.95436  | 0.95497  | 0.95562  | 0.95629  | 0.95700  | 0.95775  | 0.95853  |
| $x' = 0.6$              | 0.93129  | 0.93204  | 0.93283  | 0.93365  | 0.93452  | 0.93542  | 0.93638  | 0.93738  | 0.93843  | 0.93954  |
| $x' = 0.7$              | 0.90554  | 0.90654  | 0.90758  | 0.90867  | 0.90982  | 0.91102  | 0.91229  | 0.91361  | 0.91501  | 0.91648  |
| $x' = 0.8$              | 0.87522  | 0.87647  | 0.87779  | 0.87917  | 0.88062  | 0.88214  | 0.88374  | 0.88542  | 0.88718  | 0.88904  |
| $x' = 0.9$              | 0.84002  | 0.84155  | 0.84315  | 0.84483  | 0.84659  | 0.84844  | 0.85038  | 0.85243  | 0.85459  | 0.85686  |
| $x' = 1.0$              | 0.79964  | 0.80144  | 0.80332  | 0.80529  | 0.80736  | 0.80954  | 0.81183  | 0.81425  | 0.81679  | 0.81947  |
| $x' = 1.1$              | 0.75371  | 0.75575  | 0.75789  | 0.76015  | 0.76251  | 0.76500  | 0.76763  | 0.77039  | 0.77330  | 0.77637  |
| $x' = 1.2$              | 0.70179  | 0.70405  | 0.70643  | 0.70892  | 0.71155  | 0.71432  | 0.71723  | 0.72030  | 0.72355  | 0.72697  |
| $x' = 1.3$              | 0.64341  | 0.64584  | 0.64840  | 0.65109  | 0.65392  | 0.65691  | 0.66005  | 0.66337  | 0.66688  | 0.67058  |
| $x' = 1.4$              | 0.57804  | 0.58057  | 0.58324  | 0.58604  | 0.58900  | 0.59211  | 0.59545  | 0.59888  | 0.60255  | 0.60644  |
| $x' = 1.5$              | 0.50507  | 0.50761  | 0.51028  | 0.51310  | 0.51607  | 0.51920  | 0.52251  | 0.52601  | 0.52972  | 0.53364  |
| $x' = 1.6$              | 0.42383  | 0.42626  | 0.42881  | 0.43150  | 0.43434  | 0.43734  | 0.44052  | 0.44387  | 0.44743  | 0.45121  |
| $x' = 1.7$              | 0.33359  | 0.33574  | 0.33801  | 0.34040  | 0.34293  | 0.34560  | 0.34843  | 0.35143  | 0.35461  | 0.35799  |
| $x' = 1.8$              | 0.23349  | 0.23518  | 0.23696  | 0.23884  | 0.24083  | 0.24293  | 0.24516  | 0.24753  | 0.25004  | 0.25272  |
| $x' = 1.9$              | 0.12264  | 0.12362  | 0.12467  | 0.12577  | 0.12693  | 0.12817  | 0.12948  | 0.13087  | 0.13235  | 0.13393  |

|                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| L/F                     | 1.05000  | 1.00000  | 0.95000  | 0.90000  | 0.85000  | 0.80000  | 0.75000  | 0.70000  | 0.65000  | 0.60000  |
| $\theta = L/2R$         | 2.40405  | 2.46650  | 2.53235  | 2.60196  | 2.67572  | 2.75409  | 2.83765  | 2.92705  | 3.02311  | 3.12684  |
| $Tg \varphi_0$          | 5.48880  | 5.84811  | 6.25179  | 6.70800  | 7.22695  | 7.82157  | 8.50850  | 9.30944  | 10.25322 | 11.37893 |
| $\varphi_0$ (en grados) | 79.67466 | 80.29663 | 80.91238 | 81.52113 | 82.12204 | 82.71426 | 83.29690 | 83.86901 | 84.42964 | 84.97775 |
| Sen $\varphi_0$         | 0.98381  | 0.98569  | 0.98745  | 0.98907  | 0.99056  | 0.99193  | 0.99316  | 0.99428  | 0.99528  | 0.99616  |
| Cos $\varphi_0$         | 0.17924  | 0.16855  | 0.15795  | 0.14745  | 0.13707  | 0.12682  | 0.11673  | 0.10680  | 0.09707  | 0.08754  |
| R/F *2                  | 0.21838  | 0.20272  | 0.18757  | 0.17295  | 0.15884  | 0.14524  | 0.13215  | 0.11957  | 0.10751  | 0.09594  |
| $\mu_x/ef$              | 1.34576  | 1.32447  | 1.30353  | 1.28294  | 1.26272  | 1.24289  | 1.22345  | 1.20443  | 1.18584  | 1.16770  |
| S/L                     | 2.28314  | 2.37102  | 2.46877  | 2.57806  | 2.70094  | 2.83598  | 2.99843  | 3.18049  | 3.39162  | 3.63912  |
| $v'/f^*3$               | 0.56137  | 0.55861  | 0.55580  | 0.55293  | 0.55001  | 0.54705  | 0.54404  | 0.54099  | 0.53790  | 0.53479  |
| $I_x/ef^*3$             | 0.98307  | 0.96439  | 0.94596  | 0.92777  | 0.90983  | 0.89217  | 0.87479  | 0.85771  | 0.84094  | 0.82449  |
| $I_g/ef^*2$             | 0.22760  | 0.22453  | 0.22146  | 0.21839  | 0.21532  | 0.21225  | 0.20919  | 0.20613  | 0.20307  | 0.20002  |
| $W_i/ef^*2$             | 0.40545  | 0.40194  | 0.39845  | 0.39496  | 0.39148  | 0.38800  | 0.38451  | 0.38102  | 0.37753  | 0.37402  |
| $\mu_g/ev$              | 1.67836  | 1.63663  | 1.59557  | 1.55521  | 1.51556  | 1.47667  | 1.43856  | 1.40127  | 1.36484  | 1.32929  |
| $x' = 0,1$              | 0.99842  | 0.99846  | 0.99849  | 0.99853  | 0.99858  | 0.99862  | 0.99867  | 0.99872  | 0.99877  | 0.99883  |
| $x' = 0,2$              | 0.99366  | 0.99380  | 0.99395  | 0.99411  | 0.99428  | 0.99446  | 0.99464  | 0.99484  | 0.99505  | 0.99527  |
| $x' = 0,3$              | 0.98565  | 0.98597  | 0.98630  | 0.98666  | 0.98703  | 0.98743  | 0.98785  | 0.98829  | 0.98876  | 0.98925  |
| $x' = 0,4$              | 0.97427  | 0.97483  | 0.97542  | 0.97605  | 0.97671  | 0.97740  | 0.97814  | 0.97892  | 0.97974  | 0.98062  |
| $x' = 0,5$              | 0.95936  | 0.96022  | 0.96114  | 0.96210  | 0.96312  | 0.96419  | 0.96533  | 0.96653  | 0.96781  | 0.96916  |
| $x' = 0,6$              | 0.94070  | 0.94193  | 0.94322  | 0.94458  | 0.94602  | 0.94754  | 0.94915  | 0.95086  | 0.95267  | 0.95460  |
| $x' = 0,7$              | 0.91802  | 0.91965  | 0.92137  | 0.92319  | 0.92511  | 0.92714  | 0.92929  | 0.93157  | 0.93399  | 0.93658  |
| $x' = 0,8$              | 0.89101  | 0.89307  | 0.89526  | 0.89756  | 0.90000  | 0.90259  | 0.90533  | 0.90824  | 0.91134  | 0.91465  |
| $x' = 0,9$              | 0.85925  | 0.86178  | 0.86445  | 0.86727  | 0.87026  | 0.87343  | 0.87680  | 0.88038  | 0.88420  | 0.88828  |
| $x' = 0,6$              | 0.82230  | 0.82529  | 0.82845  | 0.83180  | 0.83534  | 0.83911  | 0.84312  | 0.84739  | 0.85195  | 0.85683  |
| $x' = 0,7$              | 0.7962   | 0.78305  | 0.78669  | 0.79054  | 0.79463  | 0.79898  | 0.80361  | 0.80856  | 0.81384  | 0.81952  |
| $x' = 0,8$              | 0.73059  | 0.73443  | 0.73849  | 0.74280  | 0.74739  | 0.75227  | 0.75748  | 0.76305  | 0.76902  | 0.77543  |
| $x' = 0,9$              | 0.67451  | 0.67867  | 0.68308  | 0.68777  | 0.69277  | 0.69813  | 0.70379  | 0.70989  | 0.71644  | 0.72350  |
| $x' = 0,6$              | 0.61056  | 0.61493  | 0.61958  | 0.62452  | 0.62980  | 0.63543  | 0.64147  | 0.64794  | 0.65482  | 0.66245  |
| $x' = 0,7$              | 0.53781  | 0.54224  | 0.54695  | 0.55197  | 0.55734  | 0.56308  | 0.56925  | 0.57588  | 0.58303  | 0.59078  |
| $x' = 0,8$              | 0.45522  | 0.45949  | 0.46404  | 0.46890  | 0.47410  | 0.47958  | 0.48568  | 0.49214  | 0.49914  | 0.50674  |
| $x' = 0,9$              | 0.36159  | 0.36543  | 0.36952  | 0.37390  | 0.37859  | 0.38363  | 0.38907  | 0.39494  | 0.40132  | 0.40826  |
| $x' = 0,6$              | 0.25557  | 0.25861  | 0.26186  | 0.26535  | 0.26909  | 0.27312  | 0.27748  | 0.28220  | 0.28733  | 0.29294  |
| $x' = 0,7$              | 0.13562  | 0.13742  | 0.13934  | 0.14142  | 0.14364  | 0.14605  | 0.14866  | 0.15149  | 0.15457  | 0.15796  |

# C.1 Demostración de que, con gran aproximación

$$N_x \varphi = N \varphi_x \quad . \quad M_x \varphi = M \varphi_x = 0$$

Consideremos un elemento rectangular de cáscara, de espesor  $e$ , definido por sus dimensiones  $dx$  y  $dy$  (Fig. C.1.1). Las caras extremas del elemento tienen áreas  $edx$  y  $edy$ . Sobre estas caras actúan tensiones que tendrán componentes según las paralelas a  $dx$  y  $dy$  y según la normal, en cada cara, a estas dos direcciones.



Integrando en las áreas  $edx$  y  $edy$ , el producto de cada una de estas componentes de las tensiones por las áreas elementales, tendremos, en cada caso, una fuerza cuyo valor, dividido por  $dx$  o  $dy$ , nos dará el valor medio de esta fuerza en  $dx$  o  $dy$ , y que, cuando  $dx$  o  $dy$  tiendan a 0, tenderá a un límite que es la correspondiente fuerza por unidad de longitud. En la fig C.1.1 se indican estas fuerzas y pares unitarios, con los sentidos, arbitrariamente elegidos, que supondremos positivos, fuerzas y pares cuya definición resulta obvia a partir del dibujo. Suponemos activa toda la sección y consideremos la cara AB (fig. C.1.1) de desarrollo  $dx$ , que dibujamos con su espesor en la fig. C.1.2. Por definición consideramos positivos los sentidos de las tensiones de la fig. C.1.2 coherentes con los de la fig. C.1.1. Para  $dx$  suficientemente pequeño, serán constantes  $\sigma_y$  y  $\tau_{yx}$  en  $dx$ . El área elemental correspondiente será:  $(\varphi_x - Z) d \varphi_x \cdot dz$  (donde  $Z$  debe ponerse con su signo). Luego:

$$N_{yx} = \frac{1}{\rho_x d \varphi_x} \int_{-e/2}^{e/2} \tau_{yx} (\varphi_x - z) d \varphi_x \cdot dz = \int_{-e/2}^{e/2} \tau_{yx} (1 - \frac{z}{\rho_x}) dz$$

Análogamente:

$$N_y = \int_{-e/2}^{e/2} \sigma_y (1 - \frac{z}{\rho_x}) dz \quad , \quad Q_y = \int_{-e/2}^{e/2} \tau_y (1 - \frac{z}{\rho_x}) dz$$

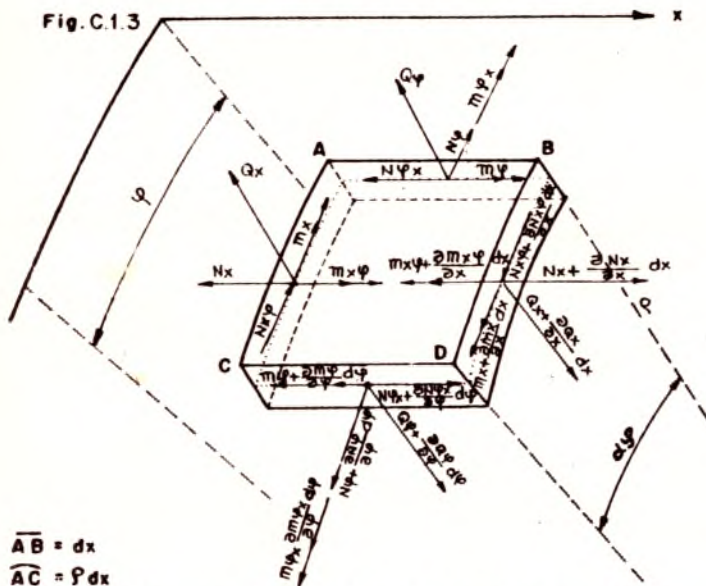
$$M_y = \int_{-e/2}^{e/2} \sigma_y \cdot z (1 - \frac{z}{\rho_x}) dz \quad , \quad M_{yx} = \int_{-e/2}^{e/2} \tau_{yx} \cdot z (1 - \frac{z}{\rho_x}) dz$$

Considerando ahora la cara AC de desarrollo  $dy$ , y suponiendo, como en la cara AB, sentidos positivos de las tensiones coincidentes con los de las fuerzas unitarias, tendremos:

$$N_{xy} = \int_{-y/2}^{y/2} z_{xy} \left(1 - \frac{z}{\rho y}\right) dz, \quad N_x = \int_{-y/2}^{y/2} \sigma_x \left(1 - \frac{z}{\rho y}\right) dz, \quad Q_x = \int_{-y/2}^{y/2} z_x \left(1 - \frac{z}{\rho y}\right) dz$$

$$m_x = \int_{-y/2}^{y/2} \sigma_x \cdot z \left(1 - \frac{z}{\rho y}\right) dz, \quad m_{xy} = - \int_{-y/2}^{y/2} z_{xy} \cdot z \left(1 - \frac{z}{\rho y}\right) dz$$

Lo anterior vale para cualquier cáscara, cilíndrica o no.



Consideremos ahora, (fig. C.1.3) un elemento de cáscara cilíndrica, definido por la abscisa  $x$ , (contada a partir del apoyo), y el ángulo  $\varphi$  entre la vertical y la normal al elemento, (contada a partir de la generatriz de clave). Hemos indicado en el croquis las fuerzas y los pares, por unidad de longitud, que actúan sobre el elemento. Tendremos, (habiendo eliminado la sollicitación del peso propio (Fig. 3)  $H$  y  $N \varphi_0$ , y haciendo  $\rho_y = \rho$  :

Proyección de las fuerzas:

$$1) \quad \rho \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} = 0$$

$$2) \quad \frac{\partial N_{\varphi}}{\partial \varphi} + \rho \frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} - \rho Q_{\varphi} = 0$$

$$3) \quad \frac{\partial Q_{\varphi}}{\partial \varphi} + \rho \frac{\partial Q_x}{\partial x} + N_{\varphi} = 0$$

Proyección de los momentos:

$$4) \quad \frac{\partial m_{\varphi}}{\partial \varphi} + \rho \frac{\partial m_{x\varphi}}{\partial x} - \rho Q_{\varphi} = 0$$

$$5) \quad \rho \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{\varphi x}}{\partial \varphi} - \rho Q_x = 0$$

$$6) \quad m_{\varphi x} + \rho (N_{x\varphi} - N_{\varphi x}) = 0$$

S / Normal

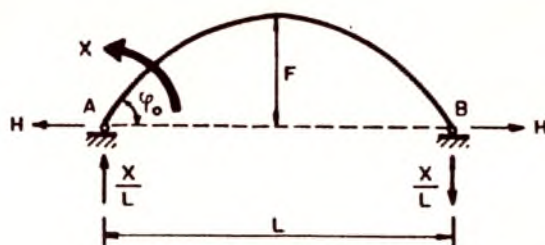
Para cáscaras cilíndricas:  $\frac{z}{\rho x} = 0$

Pero  $\frac{z}{\rho} = \frac{z}{\rho}$  es muy pequeño, incluso para bóveda cuya directriz tiene poca luz. Para fijar ideas, digamos que, para una directriz de 5 m. de luz, con relación 1 a 3 de la flecha a la luz, y un espesor de 8 cm,  $\frac{z}{\rho} \sim 0.01$ . O sea que cometemos un pequeño error despreciando  $\frac{z}{\rho}$  frente a 1.

Con esta aproximación, y ya que  $\mathcal{C} \times \varphi = \mathcal{C} \varphi$  se tendrá  $N_x \varphi \cong N \varphi$ ;  $M_x \varphi \cong M \varphi$

De 6:  $M \varphi = 0 \therefore M_x \varphi \cong 0$

## C.2 ARCO BIARTICULADO CON EI CONSTANTE



### CALCULO DE H Y DE LA RIGIDEZ

De las tablas catenarias, en función de  $\frac{L}{F}$  sacamos el número  $\theta = \frac{L}{2R}$ , donde R es el parámetro de la catenaria...

Las mismas tablas nos dan  $\text{Sh } \theta = \text{Tg } \varphi_0$

De la expresión:  $\text{Sh}^2 \theta - \text{Ch}^2 \theta = -1$  saca

$\text{Ch } \theta$ . Para calcular H, isostatizo el sistema del esquema indicado arriba, transfor-

mando la articulación en simple apoyo. El diagrama de momentos  $M$  es triangular  $H = \frac{\sum m \varphi}{\sum y^2}$

Resuelto analíticamente tenemos:  $H = \frac{(\text{Sh } \theta \times \text{Ch } \theta - \theta) \theta}{2 (\text{Sh } \theta - \theta \times \text{Ch } \theta + \frac{1}{3} \text{Sh}^3 \theta)} \times \frac{X}{L} = a \frac{X}{L}$

### CALCULO DE LA RIGIDEZ EN A

Siendo  $\varphi$  el ángulo que gira al extremo A en el sentido de X, se tendrá resuelto analíticamente por los métodos usuales:

$$X \left[ \left( 2\theta + \frac{2}{\theta} \right) \text{Sh } \theta - 2 \text{Ch } \theta \right] + HL \frac{\theta - \text{Sh } \theta \times \text{Ch } \theta}{2} = \frac{4EI}{L} \varphi \times \theta^2$$

Sustituyendo H y despejando tengo:

$$\text{Rigidez} = \frac{X}{\varphi} = \frac{EI}{L} 4 \frac{\theta^2}{\left( 2\theta + \frac{2}{\theta} \right) \text{Sh } \theta - 2 \text{Ch } \theta - \frac{(\text{Sh } \theta \times \text{Ch } \theta - \theta)^2 \theta}{4 (\text{Sh } \theta - \theta \text{Ch } \theta + \frac{1}{3} \text{Sh}^3 \theta)}}$$

$$\frac{X}{\varphi} = K \frac{EI}{L}$$

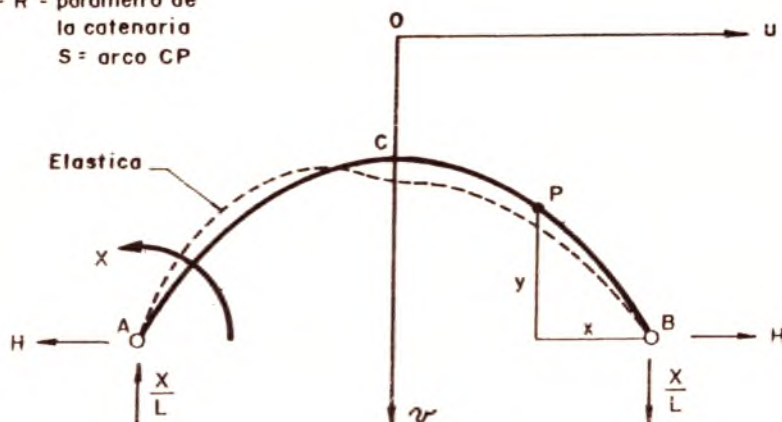
EJEMPLOS:

| $L/F$ | $a$     | $K$     |
|-------|---------|---------|
| 4     | 2,54480 | 6,27865 |
| 3,5   | 2,23637 | 5,93024 |
| 3     | 1,92838 | 5,48633 |
| 2,5   | 1,62062 | 4,92077 |

### C.3

## CALCULO DE LOS MOMENTOS EN EL CENTRO DE CADA DOVELA PARA EL ARCO BIARTICULADO CON EI IGUAL CONSTANTE

OC = R = parámetro de la catenaria  
S = arco CP



En el punto P:  $M = Hy - Vx$

Para calcular x e y, calculo u y v en P

Sea S el desarrollo del arco CP S.h.  $\frac{u}{R} = \frac{S}{R}$

Como me interesa el número por el que hay que multiplicar X, para tener el momento en el centro de cada dovela, y ese número es, obviamente, independiente de L, tomo  $L = 1$

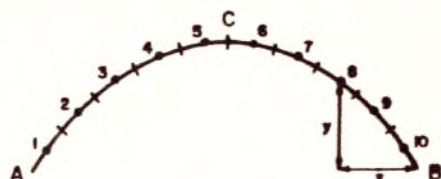
$R = \frac{L}{2\theta} = \frac{1}{2\theta} \therefore \text{Sh } 2\theta u = 2\theta \cdot S$ , en que, para cada relación  $\frac{L}{F}$ , conozco  $\theta^{(1)}$ , y para cada punto en que quiero calcular u y v, S, en función del desarrollo total  $S_0$ , que saco de las tablas catenarias.  $2\theta u = \text{arc Sh } 2\theta \cdot S = L N(2\theta S + \sqrt{4\theta^2 S^2 + 1}) \therefore \text{con } S = \alpha \cdot S_0$

$$u = \frac{1}{2\theta} L N(2\alpha\theta S_0 + \sqrt{4\alpha^2\theta^2 S_0^2 + 1}) \text{ Además: } v = R \frac{e^{\frac{u}{R}} + e^{-\frac{u}{R}}}{2} = \frac{1}{2\theta} \frac{e^{2\theta u} + e^{-2\theta u}}{2}$$

$$y = R + F - v = \frac{1}{2\theta} + F - v$$

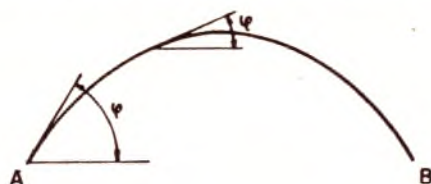
(1) De las tablas para directriz catenaria

# COORDENADAS DEL CENTRO DE CADA DOVELA Y DE LA CLAVE C PARA UN ARCO DE LUZ = 1, DIVIDIDO EN 10 DOVELAS



| PUNTO | $L/F = 2,5$ |         | $L/F = 3$ |         | $L/F = 3,5$ |         | $L/F = 4$ |         |
|-------|-------------|---------|-----------|---------|-------------|---------|-----------|---------|
|       | x           | y       | x         | y       | x           | y       | x         | y       |
| 10    | 0,03335     | 0,05835 | 0,03619   | 0,05107 | 0,03849     | 0,04549 | 0,04033   | 0,04103 |
| 9     | 0,10893     | 0,16941 | 0,11687   | 0,14671 | 0,12300     | 0,12944 | 0,12774   | 0,11577 |
| 8     | 0,19924     | 0,26877 | 0,21037   | 0,22976 | 0,21851     | 0,20055 | 0,22454   | 0,17781 |
| 7     | 0,30745     | 0,34797 | 0,31792   | 0,29336 | 0,32512     | 0,25342 | 0,33022   | 0,22295 |
| 6     | 0,43317     | 0,39386 | 0,43763   | 0,32871 | 0,44055     | 0,28202 | 0,44257   | 0,24693 |
| C     | 0,50000     | 0,40000 | 0,50000   | 0,33333 | 0,50000     | 0,28571 | 0,50000   | 0,25000 |
| 5     | 0,56683     | 0,39386 | 0,56237   | 0,32871 | 0,55945     | 0,28202 | 0,55743   | 0,24693 |
| 4     | 0,69255     | 0,34797 | 0,68208   | 0,29336 | 0,67408     | 0,25342 | 0,66978   | 0,22295 |
| 3     | 0,80076     | 0,26877 | 0,78963   | 0,22976 | 0,78149     | 0,20055 | 0,77546   | 0,17781 |
| 2     | 0,89107     | 0,16941 | 0,88313   | 0,14671 | 0,87700     | 0,12944 | 0,87256   | 0,11577 |
| 1     | 0,96665     | 0,05835 | 0,96381   | 0,05107 | 0,96151     | 0,04549 | 0,95967   | 0,04103 |

## ANGULOS $\varphi$ EN GRADOS EN LOS CENTROS DE LAS DOVELAS



| Punto | $L/F = 2,5$ | $L/F = 3$ | $L/F = 3,5$ | $L/F = 4$ |
|-------|-------------|-----------|-------------|-----------|
| A     | 61,5184     | 56,0683   | 51,2259     | 46,9684   |
| 1     | 58,9175     | 53,2207   | 48,2501     | 43,9518   |
| 2     | 52,2222     | 46,1360   | 41,0699     | 36,8635   |
| 3     | 42,6633     | 36,6192   | 31,9002     | 28,1731   |
| 4     | 28,9406     | 24,0327   | 20,4792     | 17,8150   |
| 5     | 10,4434     | 8,4544    | 7,0962      | 6,1141    |

En los cuadros siguientes se indica  $M_f$  en el centro de cada una de las 10 dovelas

MOMENTOS FLECTORES EN EL C DE LAS 10 DOVELAS Y EN LA CLAVE  
 PARA UN MOMENTO  $X = 1$  EN A, UN MOMENTO  $X = 1$  EN B, Y  
 MOMENTOS  $X = 1$  EN A Y B



$L/F = 2.5$

|    | I        | II       | III      |
|----|----------|----------|----------|
| A  | -1,00000 | 0        | -1,00000 |
| 1  | -0,87209 | 0,06121  | -0,81088 |
| 2  | -0,61652 | 0,16562  | -0,45090 |
| 3  | -0,36519 | 0,23633  | -0,12866 |
| 4  | -0,12862 | 0,25648  | 0,12786  |
| 5  | 0,07147  | 0,20513  | 0,27660  |
| C  | 0,14825  | 0,14825  | 0,29650  |
| 6  | 0,20513  | 0,07147  |          |
| 7  | 0,25648  | -0,12862 |          |
| 8  | 0,23633  | -0,36519 |          |
| 9  | 0,16562  | -0,61652 |          |
| 10 | 0,06121  | -0,87209 |          |
| B  | 0        | -1,00000 |          |

$L/F = 3$

|    | I        | II       | III      |
|----|----------|----------|----------|
| A  | -1,00000 | 0        | -1,00000 |
| 1  | -0,86533 | 0,06229  | -0,80304 |
| 2  | -0,60022 | 0,16604  | -0,43418 |
| 3  | -0,34657 | 0,23269  | -0,11388 |
| 4  | -0,11637 | 0,24779  | 0,13138  |
| 5  | 0,07151  | 0,19625  | 0,26776  |
| C  | 0,14279  | 0,14279  | 0,28557  |
| 6  | 0,19625  | 0,07151  |          |
| 7  | 0,24779  | -0,11637 |          |
| 8  | 0,23269  | -0,34657 |          |
| 9  | 0,16604  | -0,60022 |          |
| 10 | 0,06229  | -0,86533 |          |
| B  | 0        | -1,00000 |          |

$L/F = 3.5$

|    | I        | II       | III      |
|----|----------|----------|----------|
| A  | -1,00000 | 0        | -1,00000 |
| 1  | -0,85978 | 0,06324  | -0,79654 |
| 2  | -0,58752 | 0,16648  | -0,42104 |
| 3  | -0,33299 | 0,22999  | -0,10300 |
| 4  | -0,10734 | 0,24162  | 0,13428  |
| 5  | 0,07125  | 0,19015  | 0,26140  |
| C  | 0,13895  | 0,13895  | 0,27791  |
| 6  | 0,19015  | 0,07125  |          |
| 7  | 0,24162  | -0,10734 |          |
| 8  | 0,22999  | -0,33299 |          |
| 9  | 0,16648  | -0,58752 |          |
| 10 | 0,06324  | -0,85978 |          |
| B  | 0        | -1,00000 |          |

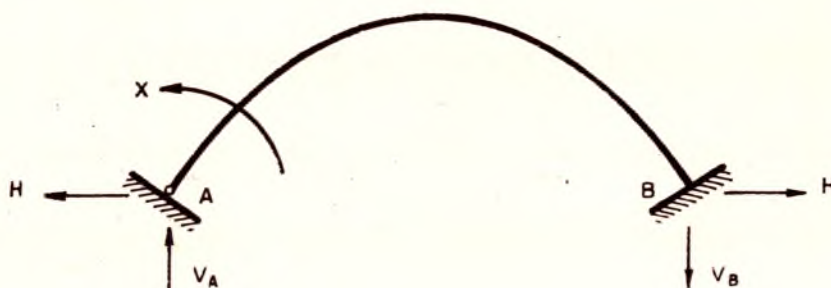
$L/F = 4$

|    | I        | II       | III      |
|----|----------|----------|----------|
| A  | -1,00000 | 0        | -1,00000 |
| 1  | -0,85526 | 0,06408  | -0,79118 |
| 2  | -0,57795 | 0,16687  | -0,41108 |
| 3  | -0,32297 | 0,22795  | -0,09502 |
| 4  | -0,10242 | 0,23714  | 0,13472  |
| 5  | 0,07096  | 0,18582  | 0,25678  |
| C  | 0,13620  | 0,13620  | 0,27240  |
| 6  | 0,18582  | 0,07096  |          |
| 7  | 0,23714  | -0,10242 |          |
| 8  | 0,22795  | -0,32297 |          |
| 9  | 0,16687  | -0,57795 |          |
| 10 | 0,06408  | -0,85526 |          |
| B  | 0        | -1,00000 |          |

## C.4 - CALCULO DE RIGIDECES Y FACTORES DE TRASMISION

Aplicando el momento  $X$ ,  $H$  y  $V_A$  son las soluciones del sistema:

$\Sigma M_O y - H \Sigma y^2 - V \Sigma xy = 0$      $\Sigma M_O x - H \Sigma xy - V \Sigma x^2 = 0$  que obtenemos anulando  $\delta A$ , luego de transformar  $\widehat{AB}$  en una ménsula. Para todos los puntos de la ménsula  $M_o = X$



Resuelto analíticamente da:

$$\begin{aligned} & \left( -\frac{X}{L} + \frac{V_A}{2} \right) (\theta - \text{sh} \theta \text{ch} \theta) - H \frac{\text{sh} \theta - \theta \text{ch} \theta + \text{sh}^3 \theta / 3}{\theta} = 0 \\ & -2 \text{sh} \theta \frac{X}{L} + \text{s. h.} \theta V_A - H \frac{\theta - \text{sh} \theta \text{ch} \theta}{2 \theta} = -\frac{2 E I \theta}{L^2} \varphi \\ & -2 \theta \text{sh} \theta \frac{X}{L} + 2 \frac{\theta \text{ch} \theta - \text{sh} \theta}{\theta} V_A - H \frac{\theta - \text{sh} \theta \text{ch} \theta}{2} = -\frac{4 E I \theta^2}{L^2} \varphi \end{aligned}$$

, donde  $\varphi$  es el ángulo que gira A en el sentido de X.

$$\text{Resultado: Rigidez} = \frac{X}{\varphi} = \frac{2 \theta}{2 \text{sh} \theta - \text{sh} \theta \tau_5 + (-1 + \frac{\tau_5}{2}) \frac{\tau_4}{2}} \frac{E I}{L}$$

$$\text{Con } \tau_4 = \frac{(\theta - \text{sh} \theta \text{ch} \theta)^2}{\text{sh} \theta - \theta \text{ch} \theta + \frac{\text{sh}^3 \theta}{3}}$$

$$\tau_5 = \frac{2 \theta \text{sh} \theta - \frac{\tau_4}{4} \theta}{2 \theta \text{sh} \theta + 2 \frac{\text{sh} \theta - \theta \text{ch} \theta}{\theta} - \frac{\tau_4 \theta}{4}}$$

| $L/F$ | $\frac{\text{Rigidez}}{E I / L}$ | f de transmisión |
|-------|----------------------------------|------------------|
| 2,5   | 5,55169                          | - 0,33711        |
| 3     | 6,17826                          | - 0,33466        |
| 3,5   | 6,67189                          | - 0,33341        |
| 4     | 7,06057                          | - 0,33279        |

## C.5 MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO DEBIDOS A LOS 2.e. $\Delta\mathcal{C} = \frac{p\mathcal{M}}{I \text{ bov.}}$

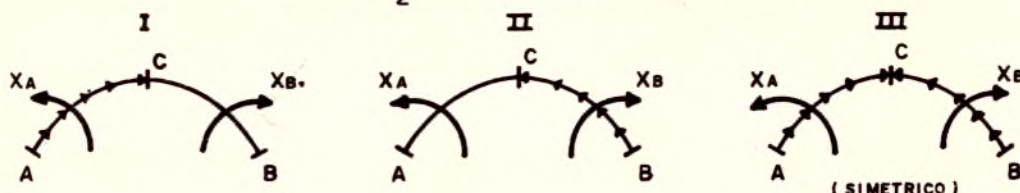
( Suponiendo  $p = 1$  y  $L = 1$  o sea a las cargas  $\frac{\Delta S\mathcal{M}}{I \text{ bov.}}$  )

Para carga  $p$  y luz  $L$  multiplicar por  $L$  y :

En I por la carga que cuelga de  $A^{(1)}$  } QUE EN EL CASO DE LA BOVEDA VIRTUAL EXTREMA ES LA CARGA  $\frac{p}{2}$  DEL CROQUIS  $\frac{p}{2}$

" II " " " " " " " B^{(1)}

En III por  $\frac{p}{2}$  siendo  $p$  la carga del arco ACB por m l.



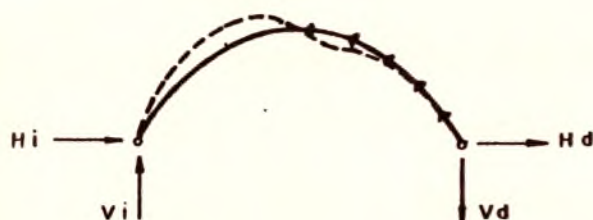
NOTA: Los signos de la tabla son los correspondientes a los momentos flectores.  
Luego a la izquierda los del Croos son de signo contrario y a la derecha del mismo signo.

Para el caso III se agregan los momentos en C y en los centros de las lódo-velas en que se supone dividido A C B.

|     | $L/F = 2,5$     | $L/F = 3$       | $L/F = 3,5$     | $L/F = 4$       |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| I   | $X_A = -0,0420$ | $X_A = -0,0417$ | $X_A = -0,0415$ | $X_A = -0,0414$ |
|     | $X_B = 0,0182$  | $X_B = 0,0180$  | $X_B = 0,0178$  | $X_B = 0,0177$  |
| II  | $X_A = 0,0182$  | $X_A = 0,0180$  | $X_A = 0,0178$  | $X_A = 0,0177$  |
|     | $X_B = -0,0420$ | $X_B = -0,0417$ | $X_B = -0,0415$ | $X_B = -0,0414$ |
| III | A - -0,0238     | -0,0237         | -0,0237         | -0,0237         |
|     | 1 - -0,0086     | -0,0081         | -0,0077         | -0,0074         |
|     | 2 - 0,0096      | 0,0098          | 0,0100          | 0,0101          |
|     | 3 - 0,0109      | 0,0104          | 0,0100          | 0,0096          |
|     | 4 - 0,0003      | -0,0002         | -0,0006         | -0,0008         |
|     | 5 - -0,0109     | -0,0105         | -0,0103         | -0,0101         |
|     | C - -0,0126     | -0,0121         | -0,0117         | -0,0115         |
|     | 6 - -0,0109     | -0,0105         | -0,0103         | -0,0101         |
|     | 7 - 0,0003      | -0,0002         | -0,0006         | -0,0008         |
|     | 8 - 0,0109      | 0,0104          | 0,0100          | 0,0096          |
|     | 9 - 0,0096      | 0,0098          | 0,0100          | 0,0101          |
|     | 10 - -0,0086    | -0,0081         | -0,0077         | -0,0074         |
|     | B - -0,0238     | -0,0237         | -0,0237         | -0,0237         |

(1) Si A es la generatriz de arranque de una bóveda extrema, de la cual cuelga una losa, hay que multiplicar por la carga que cuelga de A, suma de los cortantes de la losa y bóveda. Si es la generatriz de arranque de una bóveda intermedia, la carga que "cuelga" de A es lo que llamamos cortante en A. Lo mismo para B.

C.6       $\left. \begin{array}{l} 1 - \text{REACCIONES} \\ 2 - \text{MOMENTOS} \end{array} \right\} \text{ Para el arco biarticulado cargado}$   
con cargas  $\Delta S \frac{\mu}{I \text{ bov.}}$



Los valores de las reacciones deben multiplicarse por  $p/2$ .  
Los de los momentos por  $p/2 y L$ .  
 $p/2$  es la suma de las componentes verticales de los  $e \Delta \zeta \Delta S$  del croquis.  
Se dan los momentos en los centros de 10 dovelas iguales.

| $L/F$        | 2,5     | 3       | 3,5     | 4       |
|--------------|---------|---------|---------|---------|
| $H_i$        | 0,1867  | 0,2212  | 0,2557  | 0,2903  |
| $H_d$        | 0,9427  | 1,1464  | 1,3496  | 1,5524  |
| $V_i$        | 0,1299  | 0,1288  | 0,1280  | 0,1274  |
| $V_d$        | 1,1299  | 1,1288  | 1,1280  | 1,1274  |
| Momentos en: |         |         |         |         |
| 1            | -0,0066 | -0,0066 | -0,0067 | -0,0068 |
| 2            | -0,0175 | -0,0174 | -0,0174 | -0,0174 |
| 3            | -0,0243 | -0,0238 | -0,0234 | -0,0230 |
| 4            | -0,0251 | -0,0240 | -0,0233 | -0,0226 |
| 5            | -0,0174 | -0,0164 | -0,0158 | -0,0154 |
| 6            | -0,0001 | -0,0004 | -0,0007 | -0,0008 |
| 7            | 0,0224  | 0,0207  | 0,0195  | 0,0187  |
| 8            | 0,0383  | 0,0368  | 0,0358  | 0,0349  |
| 9            | 0,0378  | 0,0376  | 0,0374  | 0,0372  |
| 10           | 0,0173  | 0,0177  | 0,0180  | 0,0182  |

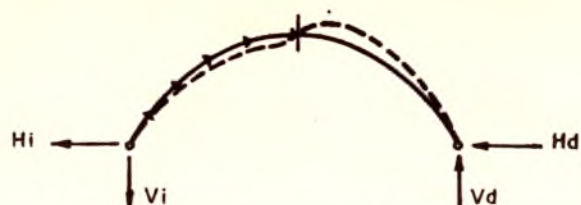
C.6

**REACCIONES** } Para el arco biarticulado cargado  
**MOMENTOS** } con cargas  $\Delta S \frac{\mu}{I_{bov.}}$



Los valores de las reacciones deben multiplicarse por  $p/2$ .  
 Los de los momentos por  $p/2 y L$ .  
 $p/2$  es la suma de las componentes verticales de los  $e \Delta \zeta \Delta S$  del croquis.  
 Se dan los momentos en los centros de 10 dovelas iguales.

| $L/F$        | 2,5     | 3       | 3,5     | 4       |
|--------------|---------|---------|---------|---------|
| $H_i$        | 0,1867  | 0,2212  | 0,2557  | 0,2903  |
| $H_d$        | 0,9427  | 1,1464  | 1,3496  | 1,5524  |
| $V_i$        | 0,1299  | 0,1288  | 0,1280  | 0,1274  |
| $V_d$        | 1,1299  | 1,1288  | 1,1280  | 1,1274  |
| Momentos en: |         |         |         |         |
| 1            | -0,0066 | -0,0066 | -0,0067 | -0,0068 |
| 2            | -0,0175 | -0,0174 | -0,0174 | -0,0174 |
| 3            | -0,0243 | -0,0238 | -0,0234 | -0,0230 |
| 4            | -0,0251 | -0,0240 | -0,0233 | -0,0226 |
| 5            | -0,0174 | -0,0164 | -0,0158 | -0,0154 |
| 6            | -0,0001 | -0,0004 | -0,0007 | -0,0008 |
| 7            | 0,0224  | 0,0207  | 0,0195  | 0,0187  |
| 8            | 0,0383  | 0,0368  | 0,0358  | 0,0349  |
| 9            | 0,0378  | 0,0376  | 0,0374  | 0,0372  |
| 10           | 0,0173  | 0,0177  | 0,0180  | 0,0182  |



| $L/F$        | 2,5     | 3       | 3,5     | 4       |
|--------------|---------|---------|---------|---------|
| Hi           | 0,9427  | 1,1464  | 1,3496  | 1,5524  |
| Hd           | 0,1867  | 0,2212  | 0,2557  | 0,2903  |
| Vi           | 1,1299  | 1,1288  | 1,1280  | 1,1274  |
| Vd           | 0,1299  | 0,1288  | 0,1280  | 0,1274  |
| Momentos en: |         |         |         |         |
| 1            | 0,0173  | 0,0177  | 0,0180  | 0,0182  |
| 2            | 0,0378  | 0,0376  | 0,0374  | 0,0372  |
| 3            | 0,0383  | 0,0368  | 0,0358  | 0,0349  |
| 4            | 0,0224  | 0,0207  | 0,0195  | 0,0187  |
| 5            | -0,0001 | -0,0004 | -0,0007 | -0,0008 |
| 6            | -0,0174 | -0,0164 | -0,0158 | -0,0154 |
| 7            | -0,0251 | -0,0240 | -0,0233 | -0,0226 |
| 8            | -0,0243 | -0,0238 | -0,0234 | -0,0230 |
| 9            | -0,0175 | -0,0174 | -0,0174 | -0,0174 |
| 10           | -0,0066 | -0,0066 | -0,0067 | -0,0068 |



| $L/F$        | 2,5     | 3       | 3,5     | 4       |
|--------------|---------|---------|---------|---------|
| Hi = Hd      | 0,7560  | 0,9252  | 1,0939  | 1,2621  |
| Vi = Vd      | 1       | 1       | 1       | 1       |
| Momentos en: |         |         |         |         |
| 1            | 0,0108  | 0,0110  | 0,0113  | 0,0114  |
| 2            | 0,0203  | 0,0201  | 0,0200  | 0,0199  |
| 3            | 0,0139  | 0,0131  | 0,0124  | 0,0119  |
| 4            | -0,0027 | -0,0033 | -0,0037 | -0,0040 |
| 5            | -0,0174 | -0,0169 | -0,0165 | -0,0162 |
| C            | -0,0197 | -0,0189 | -0,0183 | -0,0179 |

## C.7

VALORES DE  $f_c$  y  $f_{1c}$ 

| $L/F$         | 2.5                    | 3                      | 3.5                    | 4                      |
|---------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $\alpha_c$    | $1,136 \times 10^{-4}$ | $1,017 \times 10^{-4}$ | $0,939 \times 10^{-4}$ | $0,887 \times 10^{-4}$ |
| $\alpha_{1c}$ | $2,776 \times 10^{-4}$ | $2,063 \times 10^{-4}$ | $1,685 \times 10^{-4}$ | $1,460 \times 10^{-4}$ |

$$f_c = \alpha_c \frac{p L^3}{EI \text{ franja}}$$

$$f_{1c} = \alpha_{1c} \frac{L^4}{EI \text{ franja}}$$

$\alpha_c$  no tiene dimensiones.(1)

$f_{1c}$  = flecha del estado  $\gamma$  para una carga unitaria en clave. De las unidades en que expresemos esta y de las que elijamos para  $L$ ,  $E$  e  $I$  dependerá la unidad en que resultará expresada  $f_{1c}$ . Es obvio que el conjunto de unidades debe ser coherente para evitar coeficientes innecesarios. (2)

1) Notar que si  $p$  es una fuerza  $[F]$ ,  $I$  es un momento de inercia  $[L]^4$ , si  $p$  es una fuerza por unidad de longitud  $[F][L]^{-1}$ ,  $I$  es un momento de inercia por unidad de longitud  $[L]^3$ . (Ambas unidades de longitud a lo largo de las generatrices.)

2) Poniendo la carga en clave por unidad de longitud a lo largo de la directriz,  $I$  es un momento de inercia:

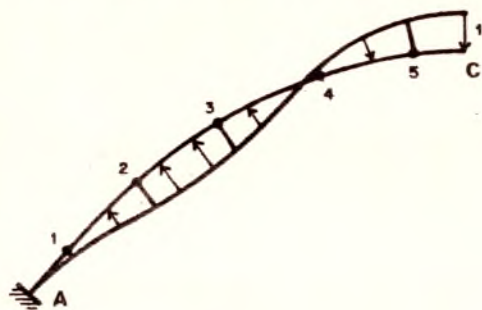
$$[f_{1c}] = \alpha_{1c} \frac{[F] [L]^{-1} [L]^4}{[F] [L]^{-2} [L]^4}$$

Poniendo la carga en clave por unidad de longitud a lo largo de la directriz y a lo largo de la generatriz, la carga en clave resulta por unidad de superficie y el momento de inercia es por unidad de longitud. En este caso:

$$[f_{1c}] = \alpha_{1c} \frac{[F] [L]^{-2} [L]^4}{[F] [L]^{-2} [L]^4 [L]^{-1}}$$

Se ve que también  $\alpha_{1c}$  es adimensionado.

**C.8 VALORES DE LA COMPONENTE SEGUN LA NORMAL  
A LA DIRECTRIZ DE LAS CARGAS DEL ESTADO  $\chi$**   
( En los centros de las 10 dovelas )



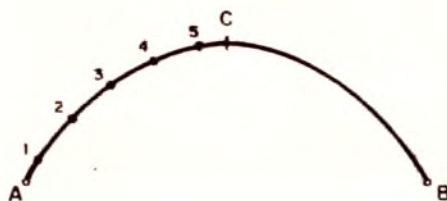
Los valores de las cargas son :

| PUNTO | $L/F = 2.5$ | $L/F = 3$ | $L/F = 3.5$ | $L/F = 4$ |
|-------|-------------|-----------|-------------|-----------|
| A     | 0,0000      | 0,0000    | 0,0000      | 0,0000    |
| 1     | -0,1816     | -0,1740   | -0,1694     | -0,1662   |
| 2     | -0,8504     | -0,7910   | -0,7513     | -0,7226   |
| 3     | -0,8747     | -0,7668   | -0,6941     | -0,6411   |
| 4     | —           | —         | —           | —         |
| 5     | 0,8786      | 0,8865    | 0,8921      | 0,8952    |
| C     | 1,0000      | 1,0000    | 1,0000      | 1,0000    |

Con estas cargas podemos calcular la acción del estado  $\chi$  para cualquier banda. En efecto : Si  $X$  es la fuerza que corresponde a la banda de clave, el valor que corresponde a la banda genérica de carga  $q_i$  será  $X.q_i$ . No se incluye el valor de la carga correspondiente al punto 4 por que el valor de la carga es allí menos confiable. Esto no supone mayor limitación por que en las cercanías del punto 4 las cargas son pequeñas y así lo serán los correspondientes  $M_x$ .

**C.9**

**FUERZAS DIRECTAS EN LOS CENTROS DE LAS 10 DOVELAS Y EN LOS ARRANQUES, PARA LA CATENARIA DE  $L=1$   $q=1$  (carga por  $m^2$ )**



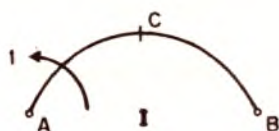
En cada caso multiplicar por  $q$  y por  $L$

|   | $L/F = 2,5$ | $L/F = 3$ | $L/F = 3,5$ | $L/F = 4$ |
|---|-------------|-----------|-------------|-----------|
| A | 0,7646      | 0,7545    | 0,7645      | 0,7872    |
| 1 | 0,7063      | 0,7034    | 0,7190      | 0,7461    |
| 2 | 0,5952      | 0,6078    | 0,6350      | 0,6714    |
| 3 | 0,4959      | 0,5247    | 0,5639      | 0,6094    |
| 4 | 0,4167      | 0,4611    | 0,5110      | 0,5642    |
| 5 | 0,3708      | 0,4258    | 0,4824      | 0,5402    |
| C | 0,3646      | 0,4212    | 0,4787      | 0,5372    |

**NOTA IMPORTANTE VALIDA PARA C.9 , C.10 y C.11**

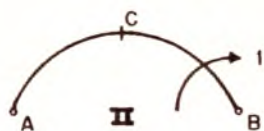
**Ponemos con signo + las compresiones y con signo - las tracciones.**

# **C.10 FUERZAS DIRECTAS EN LOS CENTROS DE LAS 10 DOVELAS Y EN LOS ARRANQUES DEBIDAS A LOS MOMENTOS EN A y B**



$$L/F = 2.5$$

|    | I       | II      | III     |
|----|---------|---------|---------|
| A  | 0,1061  | -1,6518 | -1,5457 |
| 1  | 0,0197  | -1,6931 | -1,6734 |
| 2  | -0,2024 | -1,7832 | -1,9856 |
| 3  | -0,5140 | -1,8694 | -2,3834 |
| 4  | -0,9343 | -1,9021 | -2,8364 |
| 5  | -1,4125 | -1,7750 | -3,1875 |
| C  | -1,6206 | -1,6206 | -3,2412 |
| 6  | -1,7750 | -1,4125 |         |
| 7  | -1,9021 | -0,9343 |         |
| 8  | -1,8694 | -0,5140 |         |
| 9  | -1,7832 | -0,2024 |         |
| 10 | -1,6931 | 0,0197  |         |
| B  | -1,6518 | 0,1061  |         |



$$L/F = 3$$

|    | I       | II      | III     |
|----|---------|---------|---------|
| A  | -0,2467 | -1,9061 | -2,1528 |
| 1  | -0,3536 | -1,9555 | -2,3091 |
| 2  | -0,6153 | -2,0573 | -2,6726 |
| 3  | -0,9513 | -2,1442 | -3,0955 |
| 4  | -1,3540 | -2,1685 | -3,5225 |
| 5  | -1,7604 | -2,0544 | -3,8148 |
| C  | -1,9284 | -1,9284 | -3,8568 |
| 6  | -2,0544 | -1,7604 |         |
| 7  | -2,1685 | -1,3540 |         |
| 8  | -2,1442 | -0,9513 |         |
| 9  | -2,0573 | -0,6153 |         |
| 10 | -1,9555 | -0,3536 |         |
| B  | -1,9061 | -0,2467 |         |

$$L/F = 3.5$$

|    | I       | II      | III     |
|----|---------|---------|---------|
| A  | -0,6209 | -2,1802 | -2,8011 |
| 1  | -0,7431 | -2,2352 | -2,9783 |
| 2  | -1,0290 | -2,3430 | -3,3720 |
| 3  | -1,3702 | -2,4271 | -3,7973 |
| 4  | -1,7452 | -2,4449 | -4,1901 |
| 5  | -2,0957 | -2,3428 | -4,4385 |
| C  | -2,2364 | -2,2364 | -4,4728 |
| 6  | -2,3428 | -2,0957 |         |
| 7  | -2,4449 | -1,7452 |         |
| 8  | -2,4271 | -1,3702 |         |
| 9  | -2,3430 | -1,0290 |         |
| 10 | -2,2352 | -0,7431 |         |
| B  | -2,1802 | -0,6209 |         |

$$L/F = 4$$

|    | I       | II      | III     |
|----|---------|---------|---------|
| A  | -1,0056 | -2,4676 | -3,4732 |
| 1  | -1,1380 | -2,5261 | -3,6641 |
| 2  | -1,4361 | -2,6359 | -4,0720 |
| 3  | -1,7712 | -2,7154 | -4,4866 |
| 4  | -2,1168 | -2,7287 | -4,8455 |
| 5  | -2,4238 | -2,6368 | -5,0606 |
| C  | -2,5448 | -2,5448 | -5,0896 |
| 6  | -2,6368 | -2,4238 |         |
| 7  | -2,7287 | -2,1168 |         |
| 8  | -2,7154 | -1,7712 |         |
| 9  | -2,6359 | -1,4361 |         |
| 10 | -2,5261 | -1,1380 |         |
| B  | -2,4676 | -1,0056 |         |

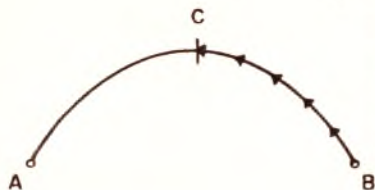
Se indican en las tablas los factores por los que hay que multiplicar  $\frac{X}{L}$  para tener N en los centros de las 10 dovelas.

## C.II FUERZAS DIRECTAS DEBIDAS A LOS $e \Delta Z$

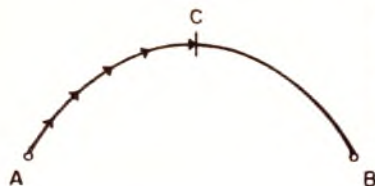
### ARCO BIARTICULADO CARGADO CON FUERZAS $\Delta S \frac{\mu}{I \text{ bov.}}$

Los valores de N deben multiplicarse por  $P/2$

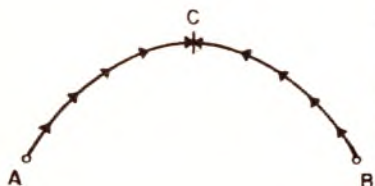
$P/2$  es la suma de las componentes verticales de los  $e \Delta Z$  de los dos primeros croquis y la mitad de la suma de las componentes verticales de los  $e \Delta Z$  del tercer croquis.



| $L/F$ | 2,5        | 3          | 3,5        | 4          |
|-------|------------|------------|------------|------------|
| A     | 0,2 0 3 1  | 0,2 3 0 3  | 0,2 5 9 9  | 0,2 9 1 2  |
| 1     | 0,2 0 7 6  | 0,2 3 5 5  | 0,2 6 5 6  | 0,2 9 7 3  |
| 2     | 0,2 1 7 0  | 0,2 4 6 0  | 0,2 7 6 8  | 0,3 0 8 6  |
| 3     | 0,2 2 5 3  | 0,2 5 4 3  | 0,2 8 4 6  | 0,3 1 6 0  |
| 4     | 0,2 2 6 3  | 0,2 5 4 4  | 0,2 8 4 3  | 0,3 1 5 3  |
| 5     | 0,2 0 7 2  | 0,2 3 7 8  | 0,2 6 9 6  | 0,3 0 2 2  |
| C     | 0,1 8 6 8  | 0,2 2 1 2  | 0,2 5 5 7  | 0,2 9 0 3  |
| 6     | 0,1 3 3 7  | 0,1 7 0 9  | 0,2 0 6 1  | 0,2 4 0 2  |
| 7     | -0,1 6 0 2 | -0,1 3 9 3 | -0,1 2 4 1 | -0,1 1 3 0 |
| 8     | -0,6 0 8 9 | -0,6 3 4 3 | -0,6 6 7 3 | -0,7 0 6 2 |
| 9     | -1,0 7 3 5 | -1,1 5 7 4 | -1,2 5 1 5 | -1,3 5 3 1 |
| 10    | -1,3 9 3 2 | -1,5 2 0 6 | -1,6 6 1 2 | -1,8 1 1 6 |
| 8     | -1,4 4 2 7 | -1,5 7 6 5 | -1,7 2 4 6 | -1,8 8 3 5 |



| $L/F$ | 2,5        | 3          | 3,5        | 4          |
|-------|------------|------------|------------|------------|
| A     | -1,4 4 2 7 | -1,5 7 6 5 | -1,7 2 4 6 | -1,8 8 3 5 |
| 1     | -1,3 9 3 2 | -1,5 2 0 6 | -1,6 6 1 2 | -1,8 1 1 6 |
| 2     | -1,0 7 3 5 | -1,1 5 7 4 | -1,2 5 1 5 | -1,3 5 3 1 |
| 3     | -0,6 0 8 9 | -0,6 3 4 3 | -0,6 6 7 3 | -0,7 0 6 2 |
| 4     | -0,1 6 0 2 | -0,1 3 9 3 | -0,1 2 4 1 | -0,1 1 3 0 |
| 5     | 0,1 3 3 7  | 0,1 7 0 9  | 0,2 0 6 1  | 0,2 4 0 2  |
| C     | 0,1 8 6 8  | 0,2 2 1 2  | 0,2 5 5 7  | 0,2 9 0 3  |
| 6     | 0,2 0 7 2  | 0,2 3 7 8  | 0,2 6 9 6  | 0,3 0 2 2  |
| 7     | 0,2 2 6 3  | 0,2 5 4 4  | 0,2 8 4 3  | 0,3 1 5 3  |
| 8     | 0,2 2 5 3  | 0,2 5 4 3  | 0,2 8 4 6  | 0,3 1 6 0  |
| 9     | 0,2 1 7 0  | 0,2 4 6 0  | 0,2 7 6 8  | 0,3 0 8 6  |
| 10    | 0,2 0 7 6  | 0,2 3 5 5  | 0,2 6 5 6  | 0,2 9 7 3  |
| 8     | 0,2 0 3 1  | 0,2 3 0 3  | 0,2 5 9 9  | 0,2 9 1 2  |



| $L/F$ | 2,5        | 3          | 3,5        | 4          |
|-------|------------|------------|------------|------------|
| A     | -1,2 3 9 6 | -1,3 4 6 2 | -1,4 6 4 7 | -1,5 9 2 3 |
| 1     | -1,1 8 5 6 | -1,2 8 5 1 | -1,3 9 5 6 | -1,5 1 4 3 |
| 2     | -0,8 5 6 5 | -0,9 1 1 4 | -0,9 7 4 7 | -1,0 4 4 5 |
| 3     | -0,3 8 3 6 | -0,3 8 0 0 | -0,3 8 2 7 | -0,3 9 0 2 |
| 4     | 0,0 6 6 1  | 0,1 1 5 1  | 0,1 6 0 2  | 0,2 0 2 3  |
| 5     | 0,3 4 0 9  | 0,4 0 8 7  | 0,4 7 5 7  | 0,5 4 2 4  |
| C     | 0,3 7 3 6  | 0,4 4 2 4  | 0,5 1 1 4  | 0,5 8 0 6  |

## EJEMPLOS:

El proyecto, cálculo y construcción del nuevo tipo de estructuras laminares que presentamos en este trabajo, requiere una experiencia que un libro no puede dar; por esto solo hemos pretendido hasta ahora mostrar los conceptos esenciales, dar las nuevas herramientas de cálculo indispensables y orientar acerca de como usarlos. Para completar esta orientación y afianzar los conceptos, desarrollaremos los ejemplos que siguen, escalonados por su complejidad creciente. Coherentemente con los fines que nos hemos propuesto, no se ha hecho un cálculo exhaustivo sino que se ha avanzado solo lo necesario para que no quede ningún problema de los que puede plantear la realidad y tengan novedad, sin resolver.

Después de pensarlo resolvimos encarar los ejemplos con particularidades que se derivan de nuestros métodos constructivos; fundamentalmente porque son las cáscaras que mejor conocemos. Esto para nada quita generalidad a los desarrollos que siguen.

Se han previsto siempre cáscaras de cerámica armada hechas con piezas huecas de  $25 \times 25 \times 7,3$  (cm) con nervios en general de 2 cm. y un alisado de 2,7 cm. en promedio, que pueden calcularse suponiéndoles una carga  $q = 170 \text{ K/m}^2$  (sin nieve). Espesor equivalente = 7,04 cm. según  $\perp$  a las generatrices,  $e_{\text{equiv.}}$  según la tangente a la directriz = 6,3 cm.

La armadura de los nervios longitudinales y transversales es de  $\phi 6$  con lo que tenemos una malla en las juntas de  $\phi 6/27 = 1,0481 \text{ cm}^2/\text{m}$ . En el alisado ponemos malla electrosoldada  $4,2 \text{ mm } 15 \times 15 = 0,9236 \text{ cm}^2/\text{m}$ . (1)

En todos los ejercicios supusimos una relación de la cuerda a la flecha,  $L/F = 3,5$ .

Hacemos notar que:

- 1.- Conviene hacer las chapas de borde lo más pequeñas que sea posible. Como la carga horizontal definitiva, hacia adentro, es a veces menor que la carga hacia afuera del período transitorio, puede en algún caso justificarse disponer, durante la construcción, apuntalamiento para el empuje de las cáscaras mientras se construyen, y definir el tamaño de las chapas de borde con la sollicitación del período definitivo.
- 2.- Variando  $L/F$  y con la precompresión, hay una gran libertad de proyecto, pero se obtienen soluciones armónicas y mejor economía, con estas proporciones:  $L/F$  entre 2 y 4,  $1/L$  entre 2 y 3.
- 3.- Si usamos hormigón las tensiones están especificadas en las Normas. Con cubiertas en cerámica armada usamos, para el extradós (mortero del alisado) tensiones comparables a las del hormigón y para el intradós (cerámica armada)  $\sigma_{\text{adm.}} \leq 75 \text{ K/cm}^2$  para los ladrillos huecos del tipo de los previstos en los ejercicios, cuando se rellenan los huecos con mortero de arena y portland 1 a 2, y  $\sigma_{\text{adm.}} \leq 50 \text{ K/cm}^2$  para los ladrillos huecos sin rellenas. Estas tensiones son menores que las que podrían admitirse a partir de los ensayos hechos con el material que usamos corrientemente, pero se impone gran prudencia mientras no se haya hecho una experimentación más sistemática y prolongada.

Para seguir los ejemplos conviene agregar que:

- a.- Cada cáscara se supone con la sección de la Fig. 17. Desde el punto de vista del peso del valle y teniendo en cuenta la Fig. E.2, hay que agregar al peso  $s \times 170$ , los  $200 \text{ K/m}$  que pesa la parte macizada del valle donde se alojan los cables.

---

(1) salvo, obviamente, indicación contraria.

b.- Hacemos uso abundante de la verificación en el estudio de las secciones a presoflexión. Cuando varía N por la introducción de un cable, verificamos antes y después de la variación correspondiente. Para las verificaciones usamos el método clásico. Mientras no se domina completamente una estructura es lo aconsejable; solo después de un pleno dominio pueden usarse los métodos de rotura. Cuando el momento comprime el extradós o cuando se rellenan los huecos de los ladrillos, verificamos con el programa correspondiente a una viga rectangular; si comprime el intradós con un programa que tiene en cuenta la peculiar forma de la sección transversal. Las distintas secciones que usamos están en la Fig. E.3.16.

## EJEMPLO 1. TEXTO

Seguimos la Secuencia de Cálculo. Los nos. romanos y arábigos corresponden a los pasos de esta Secuencia.

Ver Figs. E.1, E.2, E.3 y E.1.1 a E.1.14

### I. Período constructivo

Suponiendo moldeadas de 5 mts. c/u tendríamos:

$$M \text{ máx.} = 0,814 \times \left( \frac{25^2}{8} - \frac{2^2}{2} \right) = 62 \text{ T.m.} \quad h_{\text{total}} = 2,19$$

$$F_e = 16,8 \text{ cm}^2 \quad 3 \quad \emptyset 28$$

$$\text{Cortantes: } 0,814 \times 12,5 = 10,18$$

$$\text{Reacción} = 0,814 \times 14,5 = 11,8 \text{ T}$$

$$\tau = \frac{10180}{6,3 \times 0,88 \times 195} = 9,4$$

Este empuje se mantiene en el estado definitivo y puede resistirse con un tensor  $\emptyset 28$ . En el volado, el apoyo de la losa puede lograrse con una viga invertida que podría hacerse de altura variable desde cero en el extremo del volado a un máximo en la línea de pilares, continuándola no menos de dos metros sobre la pared. No desarrollamos más este cálculo que es elemental y no se aparta de los cálculos corrientes.

### II. Período definitivo

#### 1. Cross de los pesos

En la Fig. E.1.3 mostramos el corte de la losa de borde. Las cargas que aparecen indicadas allí corresponden a la diferencia de carga entre la parte macizada de mortero necesaria para alojar cables o armadura, más  $15 \text{ K/m}^2$  de sobrecarga, menos los  $170 \text{ K/m}^2$  que es la carga normal de la lámina. El Cross de los pesos aparece en la Fig. E.1.4.

El macizado de la losa y del arranque de la bóveda obligaría, en rigor, a corregir las rigideces obtenidas en la hipótesis de sección constante pero la diferencia es de un orden que admite la aproximación de no considerarla.

## 2. VALLE INTERMEDIO COMO VIGA.

$$q = 2,225 \text{ T/m.}$$

$$X = 2,225 \times \frac{2^2}{2} = 4,450 \text{ T.m}$$

$$M = 2,225 \times \frac{25^2}{8} - 4,450 = 169,38 \text{ T.M.}$$

$$e = 0,0704$$

$$s = 11,9197, \quad \Omega = 11,9197 \times 0,0704 = 0,8391$$

$$I_G = 0,3909374 \times 0,0704 \times \left(\frac{10}{3,5}\right)^3 = 0,6419 \text{ m}^4$$

$$V' = 0,6349314 \times \frac{10}{3,5} = 1,8141 \quad V^* = 1,0431 \quad V = V^* + 0,0443 = 1,0874$$

$$W_i = 0,3538 \quad W_s^* = 0,6154 \quad W_s = 0,5903 \quad \mu_G = 4,169279 \times 0,0704 \times 1,0431^2 = 0,3194$$

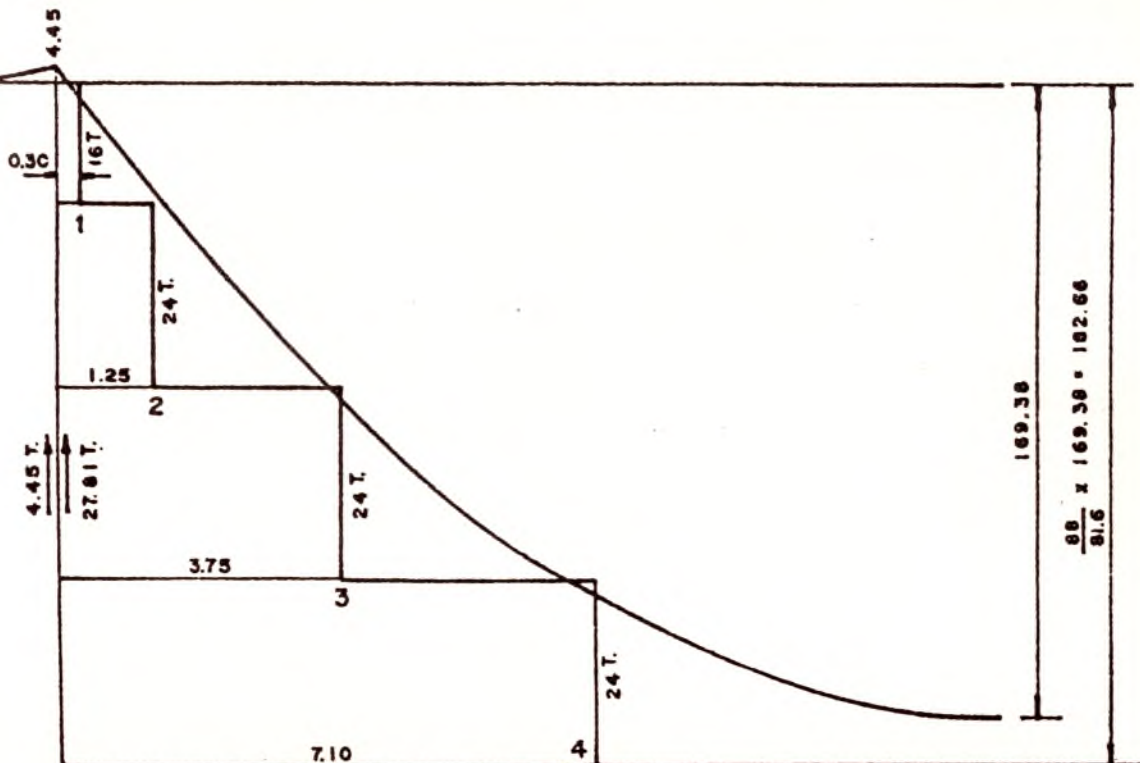
1 T de P.C. abajo da:

Suponemos el c. de g.  
de la fuerza de p.c.  
a 16 cm. del fondo  
del valle.

$$\sigma_s^* = \frac{1}{0,8391} - \frac{1,8141 - 0,16}{0,6154} = -1,4961 \text{ T/m}^2$$

$$\sigma_s = \frac{1}{0,8391} - \frac{1,8141 - 0,16}{0,5903} = -1,6104 \text{ T/m}^2$$

$$\sigma_i = \frac{1}{0,8391} + \frac{1,8141 - 0,16}{0,3538} = 5,8670 \text{ T/m}^2$$



**Volado:**

$\sigma_s^* = \frac{4,45}{0,6154} = 7,23 \text{ T/m}^2$  que da por metro una tracción algo menor a  $7,23 \times 0,0704 = 0,509 \text{ T}$ . Con la armadura constructiva  $\sigma_e \sim 250 \text{ K/cm}^2$ .

**Tramo:** Necesitamos un mínimo de P.C. =  $\frac{169,38}{0,3538} \cdot \frac{1}{5,8670} = 81,60 \text{ T}$

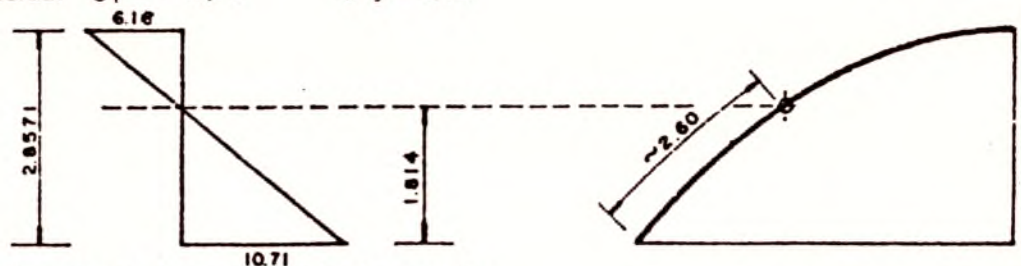
Pongo 3 cables de 24 T + 1 de 16 T = 88 T.

$$\sigma_i = -\frac{169,38}{0,3538} + 88 \times 5,8670 = 37,55 \quad \sigma_s = \frac{169,38}{0,5903} - 88 \times 1,6104 = 145,22$$

**Punto 1**

$$M = 3,79 \text{ T.m.}$$

izquierda:  $\sigma_i = -10,71 \quad \sigma_s^* = 6,16$



De E.3 resulta un largo extendido de  $\sim 2,60$ .

$$\text{Tracción} = \frac{2,60 \times 10,71}{2} \times 0,0704 = 0 \text{ T } 98.$$

Como ponemos constructivamente 2  $\phi$  16 en el valle la tensión es  $\sim 500 \text{ K/cm}^2$ .

derecha:  $\sigma_i = -10,71 + 16 \times 5,8670 = 83,16$

$$\sigma_s^* = 6,16 - 16 \times 1,4961 = -17,78$$

Máxima tracción por metro menor que  $17,78 \times 0,0704 = 1,25 \text{ T}$ . Tengo  $\phi$  6/27 +  $\phi$  4,2/15 = 1,971  $\text{cm}^2$ .

$$\sigma \text{ tracción} = 0,635 \text{ T/cm}^2$$

**Punto 2.**

$$M = 28,58$$

izquierda : P.C. = 16 T

$$\sigma_i = -\frac{28,58}{0,3538} + 16 \times 5,8670 = 13,09$$

$$\sigma_s = \frac{28,58}{0,5903} - 16 \times 1,6104 = 22,65$$

derecha : P.C. = 40 T  $\sigma_i = 153,90 \quad \sigma_s = 16,04 \quad \sigma_s^* = -13,40$

Tracción máx. < 0 T 94/m  $\sigma = 0,94/1,971 = 0,48 \text{ T/cm}^2$ .

**Punto 3.**

$$M = 84,20$$

izquierda : P.C. = 40 T  $\sigma_i = -3,31 \quad \sigma_s^* = 76,98$

verificación innecesaria.

derecha : P.C. = 64 T     $\sigma_i = 137,50$      $\sigma_s^* = 41,07$

#### Punto 4.

M = 136,92

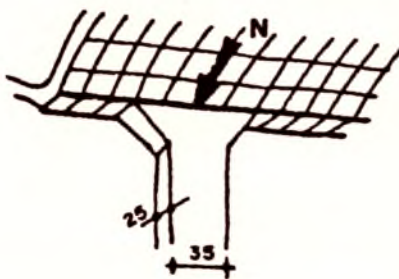
izquierda : P.C. = 64 T     $\sigma_i = -11,51$      $\sigma_s^* = 126,74$

verificación innecesaria.

derecha : P.C. = 88 T     $\sigma_i = 129,30$      $\sigma_s^* = 90,83$

#### Cortante

Antes de estudiarlo analicemos como pasan los esfuerzos de la bóveda al pilar.



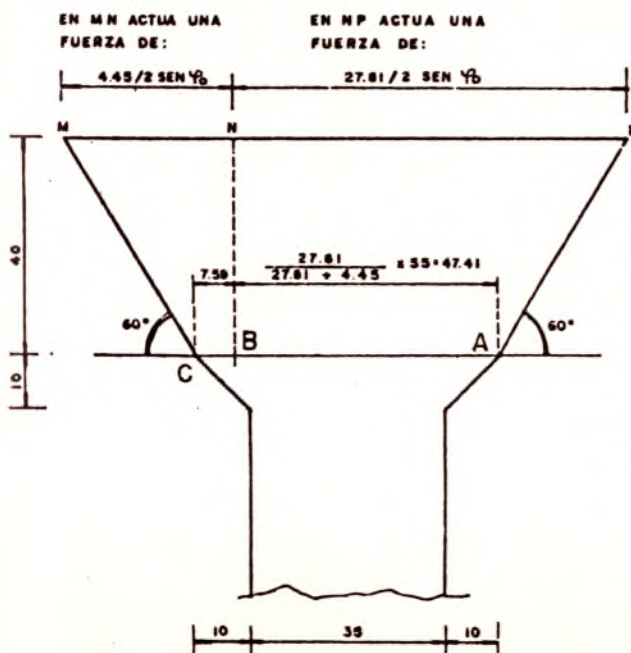
$$N = \frac{1}{2} \frac{R}{\sin \varphi_0} = \frac{27,81 + 4,45}{2 \times 0,77962} = 20,69$$

Esta N tiene que pasar por el área de contacto entre el pilar y la falda:  $b \times e_{\text{apoyo}}$ .

Si observamos la fig. E.2 vemos que la bóveda tiene un sobrespesor local en el valle que suele mantenerse en la zona de apoyo.

Suponiendo un pilar con  $b = 35$  cm., dos cartelas de  $10 \times 10$  y sin contar sobrespesor

$$\sigma = \frac{20690}{55 \times 10} = 37,62 \text{ K/m}^2.$$



Obviamente, el pilar debe ser diseñado, si así se ha resuelto en el proyecto global de la estructura, para resistir el efecto del viento sobre las paredes.

Dada la gran rigidez de la bóveda, es una hipótesis plausible que las tensiones se distribuyan uniformemente en el ancho de la cartela, 55 cm.; los anchos por los que pasan los cortantes del tramo y del volado son AB y BC.

Se alcanza de nuevo el espesor corriente del alisado, 2,7 cm., y la sección no maciza de la cáscara, a 40 cm del arranque. Admitiendo, lo que es conservador, que el flujo de las tensiones de compresión llegue al pilar limitado por dos rectas

a 60° con la horizontal, y según el esquema adjunto tenemos que:  $NP = 47,41 + 40: \operatorname{tg}.60^\circ = 70,50$ .

$$\sigma = \frac{27810}{2 \cdot \operatorname{sen} \varphi_0} \times \frac{1}{70,50 \times 6,3} = 40 \text{ K/cm}^2$$

Con las medidas a que hemos llegado para el pilar no tiene sentido considerar el punto a la izquierda del 1.

Llamando  $\tau_G$  al rasante y  $\sigma_G$  a  $\sigma_x$ , en correspondencia con el c. de g., y recordando que esta última es igual a la P.C. sobre la sección, tendremos:

#### Punto 1

$$V = 27,14$$

$$\tau_G = \frac{27,14 \times 0,3194}{2 \times 0,0704 \times 0,6419} = 95,91$$

A la derecha y en G:

$$\sigma_G = \frac{16}{0,8391} = 19,07 \quad \sigma_T = 86,85$$

#### Punto 2

|             |                    |                    |
|-------------|--------------------|--------------------|
|             | $V = 25,03$        | $\tau_G = 88,46$   |
| izquierda : | $\sigma_G = 19,07$ | $\sigma_T = 79,44$ |
| derecha :   | $\sigma_G = 47,67$ | $\sigma_T = 67,78$ |

#### Punto 3

|             |                    |                    |
|-------------|--------------------|--------------------|
|             | $V = 19,47$        | $\tau_G = 68,81$   |
| izquierda : | $\sigma_G = 47,67$ | $\sigma_T = 48,99$ |
| derecha :   | $\sigma_G = 76,27$ | $\sigma_T = 40,54$ |

#### Punto 4

|             |                     |                    |
|-------------|---------------------|--------------------|
|             | $V = 12,01$         | $\tau_G = 42,44$   |
| izquierda : | $\sigma_G = 76,27$  | $\sigma_T = 18,92$ |
| derecha :   | $\sigma_G = 104,87$ | $\sigma_T = 15,02$ |

Estas tensiones  $\sigma_T$  coexisten con el estado  $M\varphi$ ,  $N\varphi$ .

Serían las mismas, en la media bóveda extrema, si pusiéramos, a lo largo de A, un cable de 8T y 3 de 12, con iguales puntos de anclaje que los elegidos para el valle intermedio; esto es lo que supondremos. (En realidad vamos a tener cuatro cables de 24 T y tendríamos que determinar  $\sigma_T$  de nuevo en cada anclaje\*). Consecuentes con nuestro propósito de no hacer un cálculo exhaustivo sino de resolver los problemas claves, no haremos el cálculo correspondiente que nada

\* Cuando estudiemos la p.c. de la chapa de borde, veremos que aproximadamente la mitad de estos cables, se usan para p. comprimir la bóveda y la otra mitad para p.c. la chapa de borde.

agregaría a lo que hicimos para el valle intermedio, y supondremos que precomprimos el valle extremo con cables mitad de los valles intermedios.

El cuadro de momentos y fuerzas directas debidas a los pesos está en la Fig. E.1.7.

### 3-4. MOMENTOS DEBIDOS A LOS $e \Delta \zeta$

Trabajamos con C.5. Para los signos tener en cuenta que los de C.5 son los usuales en el dimensionado (positivos o negativos si comprimen o extienden el extradós). Estos signos coinciden a la derecha con los del Cross y son contrarios a la izquierda. Usamos los signos del Cross.

**Bóveda extrema:**  $X_A = (0,0415 \times 1110 - 0,0178 \times 1112)10 = 263$   
 $X_B = (0,0178 \times 1110 - 0,0415 \times 1112)10 = -264$

**Bóveda intermedia:**  $X_B = -X_C = 0,0238 \times 1113 \times 10 = 265$

El Cross de los  $e \Delta \zeta$  aparece en la Fig. E.1.5.

Para calcular los cortantes y fuerzas horizontales en el arco biarticulado usamos C.6.

**Bóveda extrema:**  $V_i = 1,128 \times 1110 - 0,128 \times 1112 = 1110$   
 $V_d = -0,128 \times 1110 + 1,128 \times 1112 = 1112$   
 $H_i = 1,3496 \times 1110 - 0,2557 \times 1112 = 1214$   
 $H_d = -0,2557 \times 1110 + 1,3496 \times 1112 = 1217$

**Bóveda intermedia:**  $V_i = V_d = 1113$   
 $H_i = H_d = 1,0939 \times 1113 = 1218$

Debido a los momentos se producen cortantes que no equilibran los del Cross de los pesos. Usualmente las diferencias son pequeñas, pero, en este caso y en el nudo A son  $194 \text{ K} \downarrow$  lo que nos obliga a un nuevo Cross. A la derecha tenemos  $4 \text{ K} \downarrow$ ,

$\therefore X_A = (0,0415 \times 194 - 0,0178 \times 4)10 = 8$   
 $X_B = (0,0178 \times 194 - 0,0415 \times 4)10 = 3$   
 $V_i = 1,128 \times 194 - 0,128 \times 4 = 218$   
 $V_d = -0,128 \times 194 + 1,128 \times 4 = -20$   
 $H_i = 1,3496 \times 194 - 0,2557 \times 4 = 261$   
 $H_d = -0,2557 \times 194 + 1,3496 \times 4 = -44$

Se cumplen las previsiones ya adelantadas acerca de que las fuerzas horizontales sobre los nudos son muy pequeñas, salvo en el valle extremo.

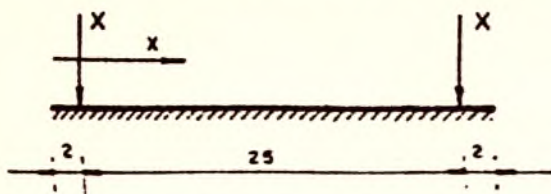
Las acciones verticales sobre los nudos debidos a los pesos y a los  $e \Delta \zeta$  se equilibran.

Puede haber la duda de si debemos usar el  $\frac{p}{2}$  de la Fig. E.1.4 o el de la Fig. E.1.5. La regla es reducir las diferencias de los valores hasta % que vuelven la duda irrelevante. En la Fig. E.1.6 calculo los momentos y fuerzas directas debidos a los  $e \Delta \zeta$ , en el arco biarticulado, con los momentos que resultan de la Fig. E.1.5, y con  $\frac{p}{2} = \frac{1110 + 1112}{2} = 1111$ , promedio de los valores en A y en B, de la Fig. E.1.4.

En la Fig. E.1.8 calculo los momentos y fuerzas directas totales en AB, correspondientes a la zona 1, que tiene  $M \varphi$  y  $N \varphi$ , debidos a las fuerzas internas, iguales a los de la Franja Básica. En la Fig. E.1.9 se dibujan diagramas de  $M \varphi$  y  $N \varphi$  para la zona 1.

## 5-6] CALCULO DE YC/FC

La situación de las bandas de clave es:



$$\text{donde } X = \frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{ic}}$$

Sabemos que (ver Hétényi pags. 54, 55, 56):

$$y_c = \frac{X \cdot \lambda}{K} \varphi(x), \text{ donde } K = \frac{1}{f_{ic}}$$

$\frac{y_c}{f_c} = \frac{R}{p} \cdot \lambda \cdot \varphi(x)$  en que  $\varphi(x)$  es una función que está en el Hétényi y es fácil de programar. (que es lo que hemos hecho con un programa general. Se obtiene una buena aproximación suponiendo que tenemos una viga seminfinita pudiéndose entonces usar las fórmulas de la pág. 26 de Hétényi).

$$\text{Para nuestra viga tenemos: } \frac{R}{p} = 14,5$$

$$1 \text{ franja} \sim 1 \text{ banda} = 1$$

$$\text{E.I. } f_{ic} = 1,685 \times 10^{-4} \times 10^4 = 1,685$$

$$K = \frac{1}{f_{ic}} = \frac{EI}{1,685} \therefore \lambda = \sqrt[4]{\frac{EI \text{ franja}}{4 \times 1,685 \times EI \text{ banda}}} = 0,6206$$

Luego:

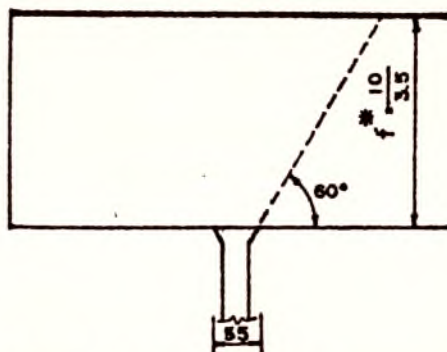
$$\frac{y_c}{f_c} = 14,5 \times 0,6206 \varphi(x) = 8,9987 \varphi(x)$$

Los parámetros de una franja cualquiera, debidos a los  $e \cdot \Delta \tau$  serán los correspondientes de la franja básica por:  $1 - 8,9987 \varphi(x)$ .

La curva de  $\frac{y_c}{f_c}$  está en la Fig. E.1.10.

El ancho en que consideramos los  $M \varphi$  y  $N \varphi$  medios de la franja de apoyo, de acuerdo a VIII, será en este caso:

$$0,55 + 2 \frac{10}{3,5} \times \frac{1}{\text{tg}.60^\circ} = 3,85$$



Para el ancho de 3,85 alrededor del apoyo, el valor medio de  $\frac{y_c}{f_c}$  es el que corresponde al área rayada en la Fig. E.1.10, que es 3,494. Luego, para tener los valores medios del

momento y la fuerza directa en la zona de apoyo de 3,85 de ancho, debidos a las fuerzas internas, debemos multiplicar los correspondientes valores de la franja básica (Fig. E.1.6) por  $1 - 3,494 = 2,494$ .

En el cuadro de la Fig. E.1.11 calculamos  $M\varphi$  y  $N\varphi$  debidos a las fuerzas internas en la franja de apoyo, que, superpuestos a los debidos a los pesos, nos dan los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  finales que están en las dos últimas columnas del mismo cuadro.

En la Fig. E.1.12 se dibujan los diagramas de  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  en la zona de apoyo.

## 7. DIMENSIONADO FLEXION TRANSVERSAL

Dimensionaremos solo las zonas 1 y 2, ya que no pretendemos hacer un cálculo completo sino solo indicar como se procede.

### Zona 1

En esta zona las tensiones de compresión son bajas, debemos solo asegurarnos de que las tensiones en el hierro constructivo sean admisibles.

Arranques: Elejimos el B ya que su  $M\varphi$  es mayor que el del A y  $N\varphi$  igual. Si observamos la Fig. E.2. vemos que en el apoyo tenemos un espesor grande. El punto que conviene verificar está a  $\sim 40$  cm. de B donde:  $M\varphi \sim 180$ ,  $N\varphi \sim -395$ . En el valle agregamos como mínimo  $\emptyset 6/30$    $\therefore$  en ese punto a verificar tengo  $b = 100$  cm.  $h = 8,5$   $h' = 1,5$

$$Fe = \emptyset 6/30 + \emptyset 4,2/15 = 1,8669 \quad Fe' = \emptyset 6/27 = 1,0481$$

$$\sigma_b = 23 \text{ K/cm}^2$$

$$\sigma_e = 1339 \text{ K/cm}^2$$

Deduciendo de los 65 cm., 30 de anclaje, llego a un punto en que  $M\varphi = 160$   $N\varphi \sim -395$  que verificando solo con la malla arriba da:  $\sigma_b = 28 \text{ K/cm}^2$   $\sigma_e = 2380 \text{ k/cm}^2$

$$\text{Máximo} > 0 \quad M\varphi = 150 \text{ Km.} \quad N\varphi = 160$$

En la zona de la directriz en que se produce este máximo, hay coexistencia con tensiones principales  $\sigma_T$ .

Cuanto menor sea la p. compresión y mayor el cortante mayores serán las tensiones principales de tracción. Podemos extender la zona 1 de armadura por lo menos hasta el punto  $y_c = 0$  (ver Fig. E.1.10). En este punto  $V = 14,46$   $\tau_G = 51,10$   $\sigma_G = 76,27$   $\sigma_T = 25,63$   $\therefore$  debemos verificar la sección para  $M\varphi = 150 \text{ Km}$  y  $N = -25,63 \times 0,0704 + 0,16 = -1,64T$

Con la armadura constructiva da  $\sigma_e > 2400 \text{ K/cm}^2$ . Tengo  $\emptyset 6/27 + \emptyset 6/54 = 1,5722 \text{ cm}^2$   $Fe' = \emptyset 4,2/15 = 0,9236$

$$\text{Verificando da } \sigma_b = 21 \text{ K/cm}^2 \quad \sigma_e = 2173 \text{ K/cm}^2$$

Tenemos entonces, Fe general,  $\emptyset 6/27$  y agrego 1  $\emptyset 6/54$

$$\text{Máximo} < 0, \text{ en la clave: } M\varphi \sim -130 \quad N\varphi = 1300$$

Verificación innecesaria.

Salvo un pequeño refuerzo en los riñones toda la zona 1 lleva armadura constructiva.

### Zona de apoyos

Arranques. Elejimos el B.

Verificamos el punto a 40 cm de B donde:

$$M\varphi = 395 \quad N\varphi = 5400$$

Con armadura constructiva da:

$$\sigma_b = 57 \text{ K/cm}^2 \text{ admisible en el alisado.}$$

$$\sigma_e = 2150 \text{ K/cm}^2$$

$$\text{Máximo} > 0, \text{ en la clave } M\varphi = 320 \quad N\varphi = -310$$

La armadura constructiva no es suficiente. Pongo  $\emptyset 8/27 = 1,836$   $\therefore \sigma_b = 41 \text{ K/cm}^2$   $\sigma_e = 2300 \text{ K/cm}^2$ .

Con  $l = 4.00$  m para los  $\varnothing 8/27$ , centrados con la clave, llegamos a momentos pequeños. Otra solución puede ser dejar la armadura  $\varnothing 6/27$  y agregar centrados con la clave 1  $\varnothing 6/27$   $l = 4.00$ . (Esta es la indicada en la Fig. E.1.14).

Máximo  $< 0 M_{\varphi} = -352 \text{ Km}$   $N_{\varphi} = 3200 \text{ K}$  que coexisten con tensiones principales de tracción.

La máxima a considerar, a la derecha del punto 1, vale  $86,85 \therefore N = -86,85 \times 0,0704 + 3,200 = -2,914 \text{ T}$

Agrego  $\varnothing 8/30$  en el extradós\*  $\therefore Fe = 2,6 \text{ cm}^2$   $Fe' = \varnothing 6/27$

Da  $\sigma_b = 42 \text{ K/cm}^2$   $\sigma_e = 2435 \text{ K/cm}^2$ .

**Determinación de la línea de cargas** sobre la chapa de borde, cálculo de su momento máx. y de la p. compresión a prever en la arista extrema por este concepto.

En cada punto el valor de la carga definitiva será, hacia adentro,  $(1 - y_c/f_c) 1633 - 813$ .

El diagrama de cargas se dibuja en la Fig. E.1.13.

El momento del volado vale  $+7808 \text{ Km}$ . y el cortante a la izq. del apoyo  $9488$ .

El cortante a la derecha vale  $2307$ .

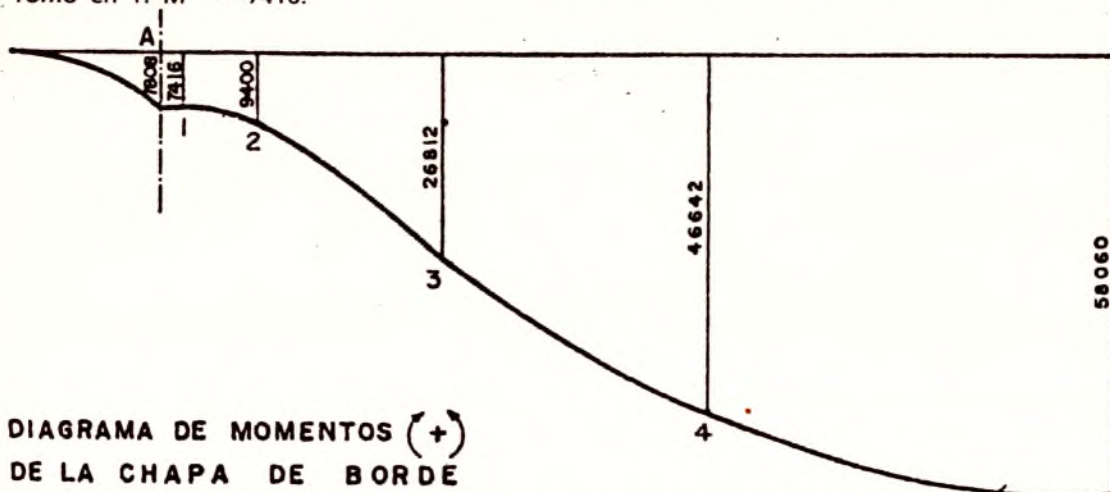
El cortante es prácticamente 0 a  $0,37$  de A, a la derecha, donde el momento vale:

$\sim 7808 - 2307 \times 0,37 + 2307 \times 0,20 = 7416$

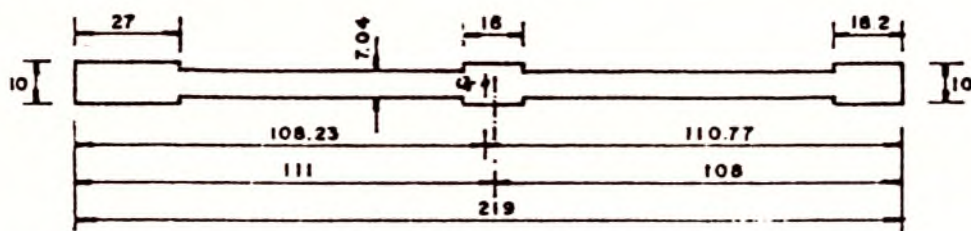
El máximo momento es  $58060$ .

1, 2, 3, 4: puntos de anclaje de los cables; a igual distancia que los del valle intermedio.

Tomo en 1:  $M \sim 7416$ .



Este momento extiende la arista A en la que debe disponerse p. compresión adicional. Según Fig. E.1.3 la chapa de borde puede esquematizarse así:



$$\Omega = 0,1723$$

$$y_G = 1,1077$$

$$I_G = 0,0672$$

$$W_{int.} = 0,0621$$

$$W_{ext.} = 0,0606$$

1 T de p.c. adentro, a  $12 \text{ cm}$  del borde interior da:

\* Ver Fig. E.3.16 (a)

$$\sigma_{\text{int.}} = \frac{1}{0,1723} + \frac{1,0823 - 0,12}{0,0621} = 21,30$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = \frac{1}{0,1723} - \frac{1,0823 - 0,12}{0,0606} = -10,08$$

Necesitamos un mínimo de 43 T<sup>89</sup> (1) para la chapa de borde y necesitábamos para la bóveda (admitiendo que pudiéramos calcular el valle extremo como una "viga" virtual que tuviera los mismos  $\Omega$ ,  $W_i$  y  $W_s$  que el valle intermedio, supuesto cuya validez mostraremos en el ejemplo 2),

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{168,38}{0,3538} \cdot \frac{1}{5,867} = 40,56 \text{ T}$$

Pondríamos 4 cables de 24 T = 96 T, de los que admitimos que  $\frac{40,56}{40,56+43,89} \times 96 = 46,11$  T son para la bóveda y 49,89 para la chapa de borde. Como vemos, el total de toneladas para la bóveda coincide prácticamente con el previsto (44T) con la diferencia de que tendríamos 4 cables iguales de  $\sim 11,53$  T c/u. Admitiendo los mismos puntos de anclaje, disminuyen en la bóveda las pequeñas tracciones  $\sigma_i$  y se aumentan las  $\sigma_s^*$ .

En el punto 1 a la derecha se produce, como puede comprobar el lector, la máxima tracción  $\sigma_s^* = -28,34$  que da en el hierro constructivo  $\sigma_e = 1012 \text{ K/cm}^2$  en vez de los  $635 \text{ K/cm}^2$  que tenemos en el valle intermedio. (2)

**Verificación de la chapa de borde.** Cada cable:

$$\frac{49,89}{4} = 12,47 \text{ T.}$$

### Punto 1

$$M = 7,416 \text{ T.m.}$$

izquierda: Trabaja a flexión como una viga común comprimiendo el borde exterior y extendiendo el interior.

$$\sigma_b \text{ muy baja} \quad Fe = 1,88 \text{ cm}^2 \text{ a } 2000 \text{ K/cm}^2.$$

En el valle extremo ponemos 1  $\phi$  19,  $\sigma_e \sim 1326 \text{ K/cm}^2$ .

derecha:

$$\sigma_{\text{int.}} = -\frac{7,416}{0,0621} + 12,47 \times 21,3 = 146,19$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = \frac{7,416}{0,0606} - 12,47 \times 10,08 = -3,32$$

Verificación innecesaria.

### Punto 2

$$M \sim 9,40 \text{ T.m.}$$

izquierda:

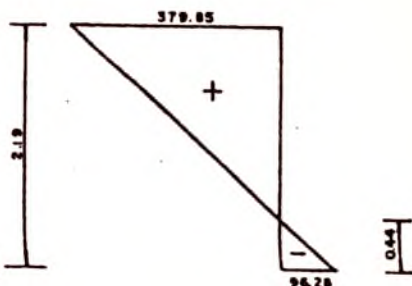
$$\sigma_{\text{int.}} = 114,24 \quad \sigma_{\text{ext.}} = 29,42$$

derecha:

$$\sigma_{\text{int.}} = 379,85 \quad \sigma_{\text{ext.}} = -96,28$$

$$\text{Tracción} \quad \frac{96,28}{2} \cdot 0,44 \times 0,0704 = 1 \text{ T491.}$$

Tenemos no menos de 1  $\phi$  28  $\sigma_e = 242 \text{ K/cm}^2$ .



$$(1) \quad \frac{58,06}{0,0621} \cdot \frac{1}{21,30} = 43,89$$

(2) Las verificaciones deben hacerse con  $11,53 \times 2 = 23 \text{ T06}$  por cable.

### Punto 3

$$M = 26,812 \text{ T.m.}$$

$$\begin{array}{ll} \text{izquierda:} & \sigma_{\text{int}} = 99,47 \\ \text{derecha:} & \sigma_{\text{int}} = 375,08 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \sigma_{\text{ext.}} = 191,05 \\ \sigma_{\text{ext.}} = 65,35 \end{array}$$

### Punto 4

$$M = 46,642 \text{ T.m.}$$

$$\begin{array}{ll} \text{izquierda:} & \sigma_{\text{int.}} = 45,75 \\ \text{derecha:} & \sigma_{\text{int.}} = 311,37 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \sigma_{\text{ext.}} = 392,58 \\ \sigma_{\text{ext.}} = 266,88 \end{array}$$

Obtenemos la ubicación del anclado de los cables con un programa que minimiza las pequeñas tensiones de tracción remanentes, pero preferimos mostrar la flexibilidad que tiene la estructura para resistir, con tensiones bajas, distribuciones de cables que pueden no ser óptimas.

Los detalles constructivos y el despiece de hierros correspondiente a la zona de apoyo están en la Fig. E.14.

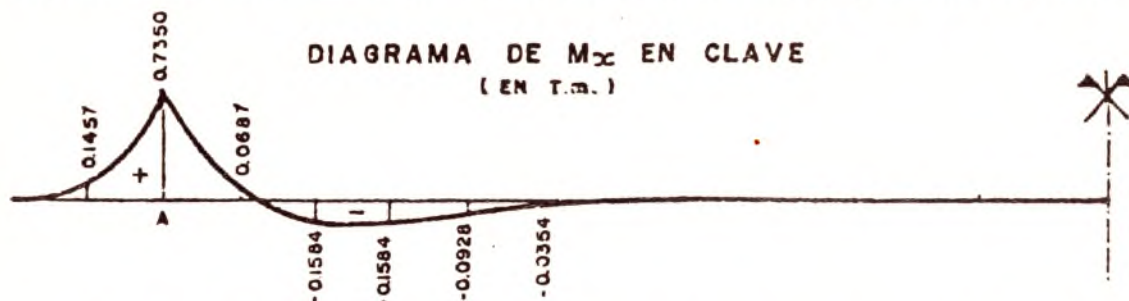
## 8. MOMENTOS $M_x$ EN LAS BANDAS

Según C.7:

$$E.I.f_c = 0,939 \times 10^{-4} \times 2,225 \times 10^3 = 0,2089$$

$$M_{x_c} = \frac{X}{2 \lambda} \cdot \bar{\Phi}(x) = \frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{ic}} \cdot \frac{1}{2 \lambda} \cdot \bar{\Phi}(x) = 14,5 \times \frac{0,2089}{1,685} \times \frac{1}{2 \times 0,6206} \bar{\Phi}(x) = 1,4485 \bar{\Phi}(x) \quad (1)$$

en que  $1,4485 \bar{\Phi}(x)$  puede incluirse en el mismo programa con el que calculamos  $\frac{y_c}{f_c}$ . También aquí cabe la observación de que trabajando con la viga semifinita se obtienen valores prácticamente iguales a los obtenidos con nuestro programa para viga finita.



Con este diagrama de  $M_x$ , es una hipótesis del lado de la seguridad, tomar  $M_x = \frac{0,7305}{2} \sim 0,365 \text{ T.m.}$  que coexiste (ver dimensionado viga) con una tracción de  $0,509T$ .

Dimensionado, se ve que da con agregar 1  $\emptyset$  6/27 de  $l = 3.00$  en cada junta de clave y en el intradós. Es elemental definir el ancho en que esto sería necesario.

En la zona del riñón y usando C.8 determinaríamos los  $M_x$ , que, en la generatriz correspondiente al punto 2, serían los de clave por  $-0,7513$ . Del diagrama de tracciones sobre el apoyo sacaríamos el valor de  $\sigma_x$ , que, por  $0,0704$  nos daría el  $N_x$  a considerar. En este caso la armadura debe ponerse, si es necesaria, con la malla.

A lo largo de las generatrices hay que considerar las discontinuidades que crean los cables. Se trata de cálculos muy sencillos y se ve que los posibles refuerzos son pequeños y locales.

- (1) Al usar los valores de C.7 prestar atención a la discusión de unidades que allí se hace.  $\alpha_c$  y  $\alpha_{ic}$  son números, pero al hacer el cociente no olvidar que, en el numerador de la expresión de  $f_{ic}$  está la carga en clave  $1T/m.l$ .

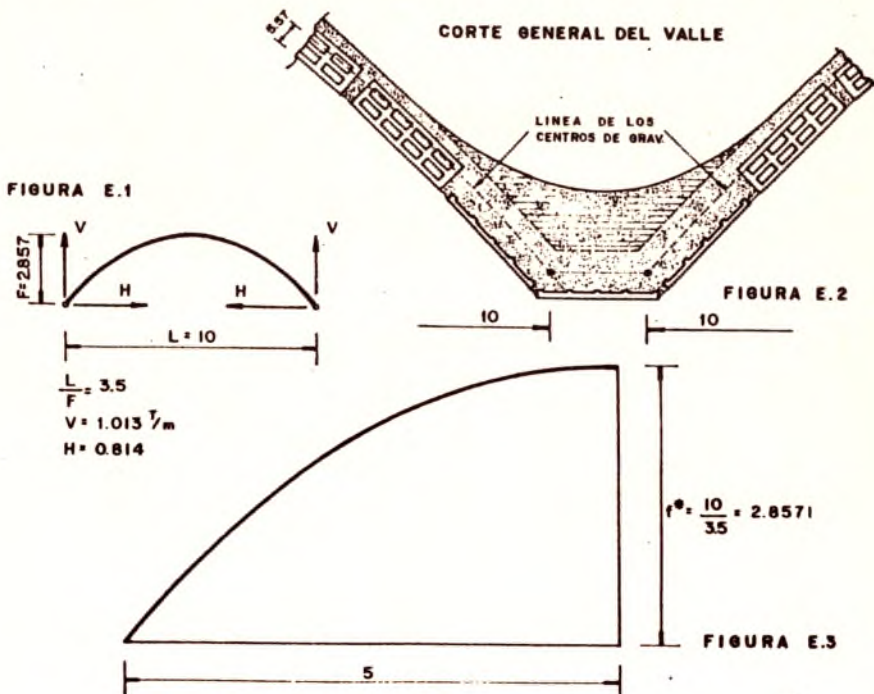
**Cálculo de  $\delta$**  : En correspondencia con el apoyo  $\frac{y_c}{f_c} = 4,72656 \therefore y_c = 4,72656$  .

$f_c \therefore$  para una carga igual a 1:

$$\delta = 4,72656 \frac{\frac{f_c}{R} \cdot \frac{f_c}{p}}{\frac{f_c}{f_c}} = 4,72656 \times \frac{1}{14} \times \frac{1,685}{E I} \therefore \text{si } E = 10^6 \text{ T/m}^2$$

$$e I = 6830,7 \times 10^{-8} \text{ m}^4 : \delta = \frac{4,72656}{14} \times \frac{1,685}{68,307} = 0,008 \therefore f_{1c} \approx f_{1c} + b \delta$$

## FIGURAS COMUNES A TODOS LOS EJEMPLOS



### EJEMPLO 1

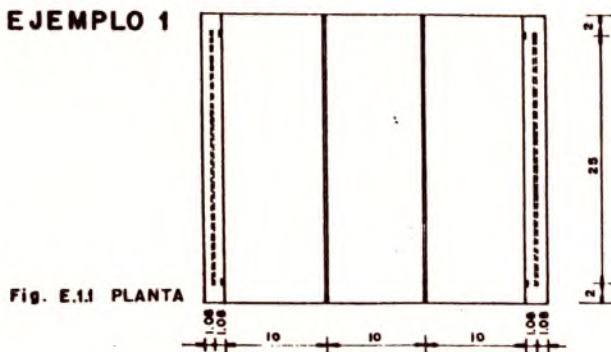
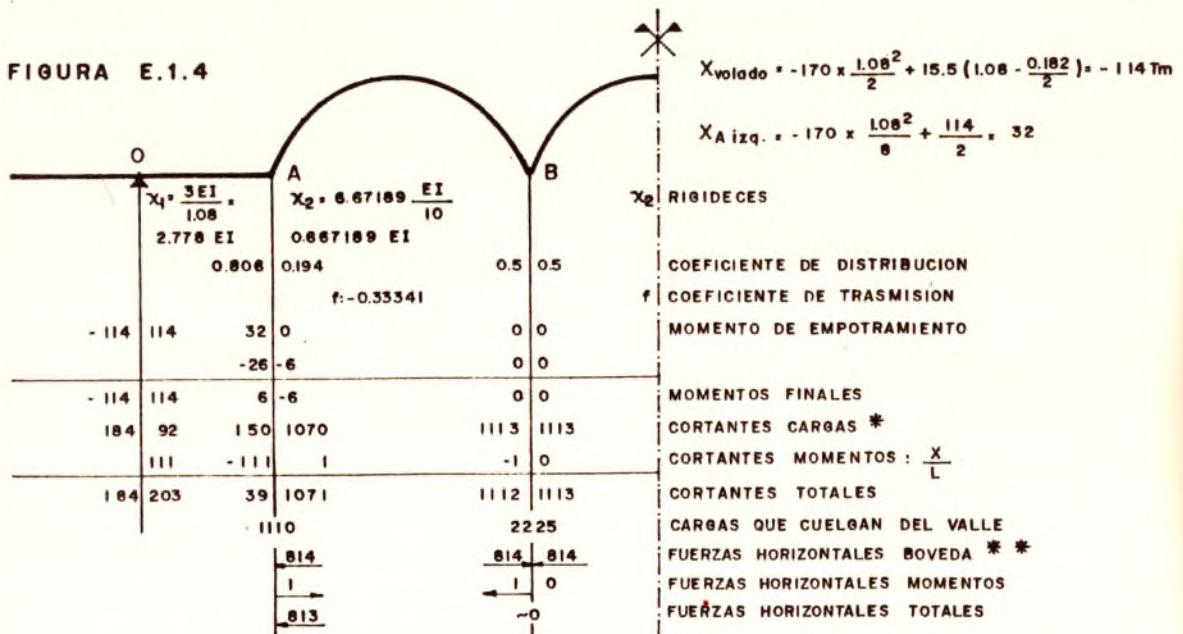


FIGURA E.1.3

Diagrama de um elemento estrutural submetido a cargas e deslocamentos. O elemento tem uma extremidade inclinada e outra horizontal. Cargas verticais de 57 k e 58 k atuam na extremidade inclinada, resultando em uma carga equivalente de 115 k. Uma carga vertical de 15 k atua na extremidade horizontal. Deslocamentos de 0,162 e 0,12 são indicados. Dimensões horizontais de 1,08 e 1,08 são mostradas.

## FIGURA E.1.4



\* A cada lado del valle B corresponden:  $\frac{S}{2} q + \frac{1}{2}$  carga valle = 1013 + 100 = 1113. K

\*\*\* Se indican acciones de la bóveda sobre los nudos.

# CROSS DE LOS MOMENTOS DEBIDOS A LOS $\Delta Z$

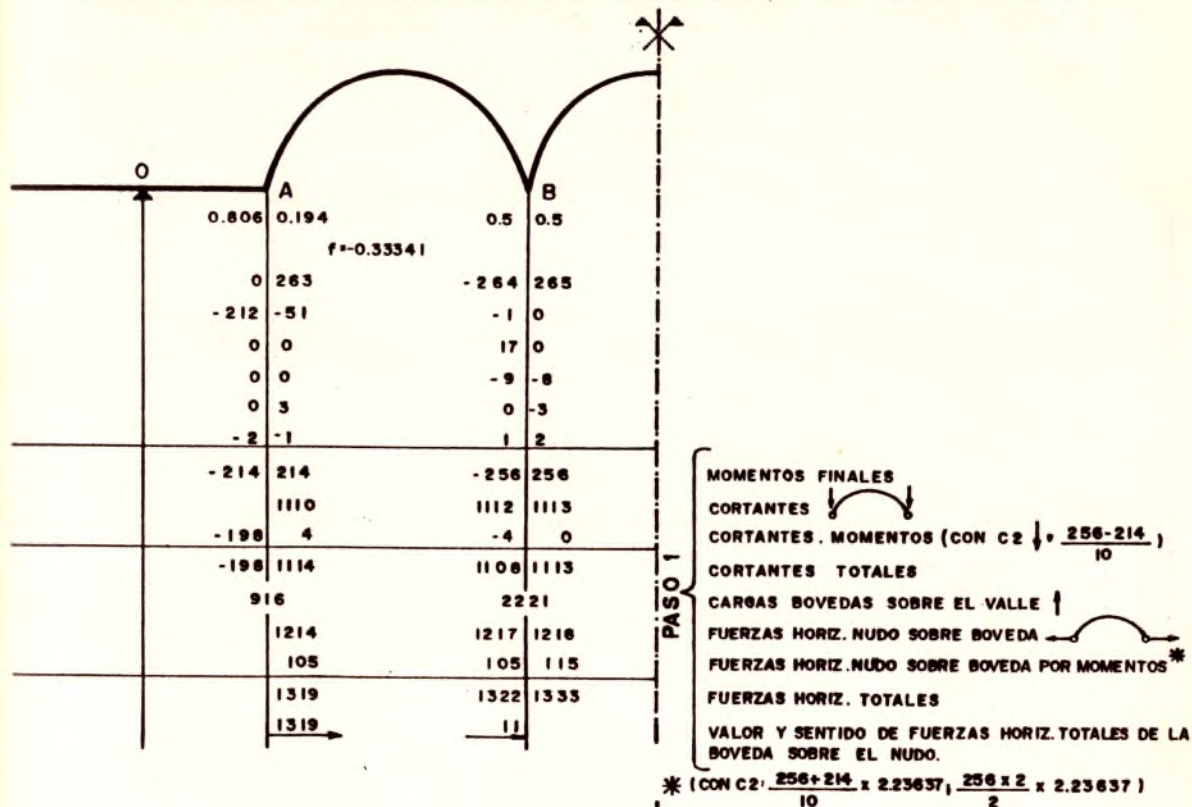
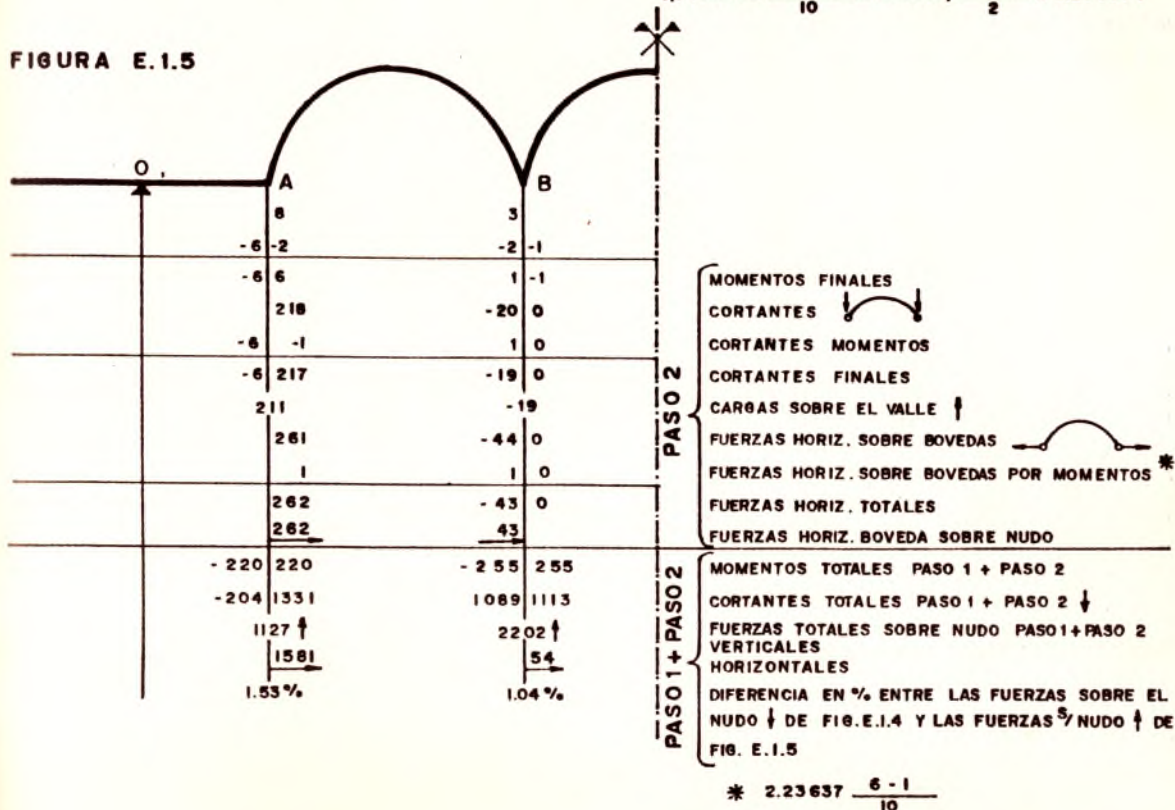


FIGURA E.1.5



## FRANJA BASICA

**MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS  $e \Delta Z$**   
FUERZA HORIZONTAL SOBRE LA CHAPA DE BORDE:  $1633 \text{ k/m}$  HACIA ADENTRO

Figura E.1.6

| <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"><math>M \varphi</math></div> <div style="text-align: center;"><math>N \varphi</math></div> </div> |      |      |      |         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|---------|
|                                                                                                                                                                                                                     |      |      |      | M TOTAL |
| A                                                                                                                                                                                                                   | -220 | 0    | 0    | -220    |
| 1                                                                                                                                                                                                                   | -189 | 16   | 126  | -47     |
| 2                                                                                                                                                                                                                   | -129 | 42   | 222  | 135     |
| 3                                                                                                                                                                                                                   | -73  | 59   | 138  | 124     |
| 4                                                                                                                                                                                                                   | -24  | 62   | -41  | -3      |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | 16   | 48   | -183 | -119    |
| 6                                                                                                                                                                                                                   | 42   | 18   | -183 | -123    |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | 53   | -27  | -41  | -15     |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | 51   | -85  | 138  | 104     |
| 9                                                                                                                                                                                                                   | 37   | -150 | 222  | 109     |
| 10                                                                                                                                                                                                                  | 14   | -249 | 126  | -109    |
| B                                                                                                                                                                                                                   | 0    | -255 | 0    | -255    |

| <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"><math>M \varphi</math></div> <div style="text-align: center;"><math>N \varphi</math></div> </div> |     |     |       |         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-------|---------|
|                                                                                                                                                                                                                     |     |     |       | N TOTAL |
| A                                                                                                                                                                                                                   | -14 | -56 | -1627 | -1697   |
| 1                                                                                                                                                                                                                   | -16 | -57 | -1551 | -1624   |
| 2                                                                                                                                                                                                                   | -23 | -60 | -1083 | -1166   |
| 3                                                                                                                                                                                                                   | -30 | -62 | -425  | -517    |
| 4                                                                                                                                                                                                                   | -38 | -62 | 178   | 78      |
| 5                                                                                                                                                                                                                   | -46 | -60 | 529   | 423     |
| 6                                                                                                                                                                                                                   | -52 | -53 | 529   | 424     |
| 7                                                                                                                                                                                                                   | -54 | -45 | 178   | 79      |
| 8                                                                                                                                                                                                                   | -53 | -35 | -425  | -513    |
| 9                                                                                                                                                                                                                   | -52 | -26 | -1083 | -1161   |
| 10                                                                                                                                                                                                                  | -49 | -19 | -1551 | -1619   |
| B                                                                                                                                                                                                                   | -48 | -16 | -1627 | -1691   |

**MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS PESOS COMUNES A TODAS LAS FRANJAS.**

|    | $M \varphi$ | $N \varphi$                      | CATENARIAS                           | N TOTAL |
|----|-------------|----------------------------------|--------------------------------------|---------|
| A  | 6           | $\frac{6}{10} \times 0.6209 = 0$ | $0.7645 \times 170 \times 10 = 1300$ | 1300    |
| 1  | 5           | 0                                | 1222                                 | 1222    |
| 2  | 4           | 1                                | 1080                                 | 1081    |
| 3  | 2           | 1                                | 959                                  | 960     |
| 4  | 1           | 1                                | 869                                  | 870     |
| 5  | 0           | 1                                | 820                                  | 821     |
| 6  | -1          | 1                                | 820                                  | 821     |
| 7  | -1          | 1                                | 869                                  | 870     |
| 8  | -1          | 1                                | 959                                  | 960     |
| 9  | -1          | 1                                | 1080                                 | 1081    |
| 10 | 0           | 1                                | 1222                                 | 1223    |
| B  | 0           | 1                                | 1300                                 | 1301    |

FUERZA HORIZONTAL SOBRE LA CHAPA DE BORDE:  $813 \text{ k/m}$   
HACIA AFUERA

Figura: E.1.7

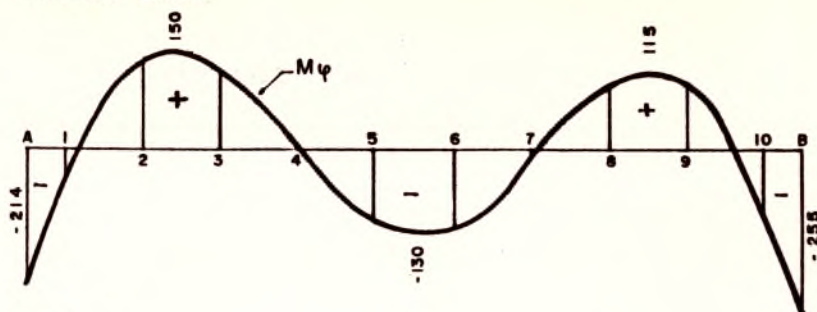
**4. MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS TOTALES EN LAS FRANJAS CUYOS PARAMETROS DEBIDOS A LOS  $e \Delta Z$  SON LOS DE LA FRANJA BASICA. ZONA 1**

|    | $M \varphi$ | $N \varphi$ |
|----|-------------|-------------|
| A  | -214        | -397        |
| 1  | -42         | -402        |
| 2  | 139         | -85         |
| 3  | 126         | 443         |
| 4  | -2          | 948         |
| 5  | -119        | 1244        |
| 6  | -124        | 1245        |
| 7  | -16         | 949         |
| 8  | 103         | 447         |
| 9  | 108         | -80         |
| 10 | -109        | -396        |
| B  | -255        | -390        |

FUERZA HORIZONTAL SOBRE LA CHAPA DE BORDE:  $820 \text{ k/m}$   
HACIA ADENTRO.

Figura: E.1.8

FIGURA E.1.9



NOTA: PARA DIBUJAR LOS  
DIAGRAMAS DE  $M\psi$  Y  $N\psi$   
RECTIFICO EL ARCO.

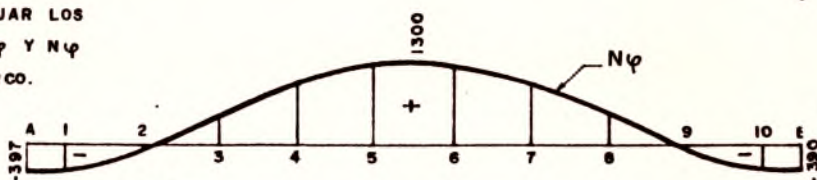


FIGURA E.1.9

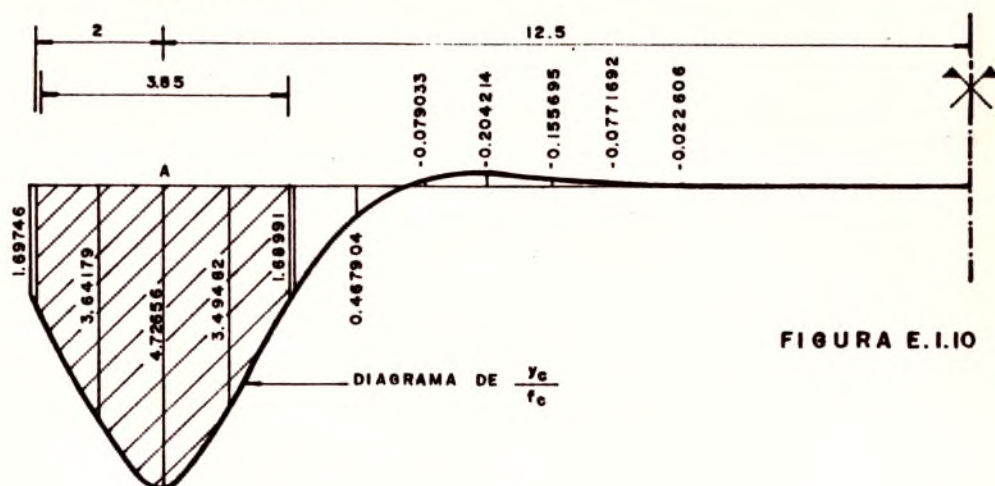


FIGURA E.1.10

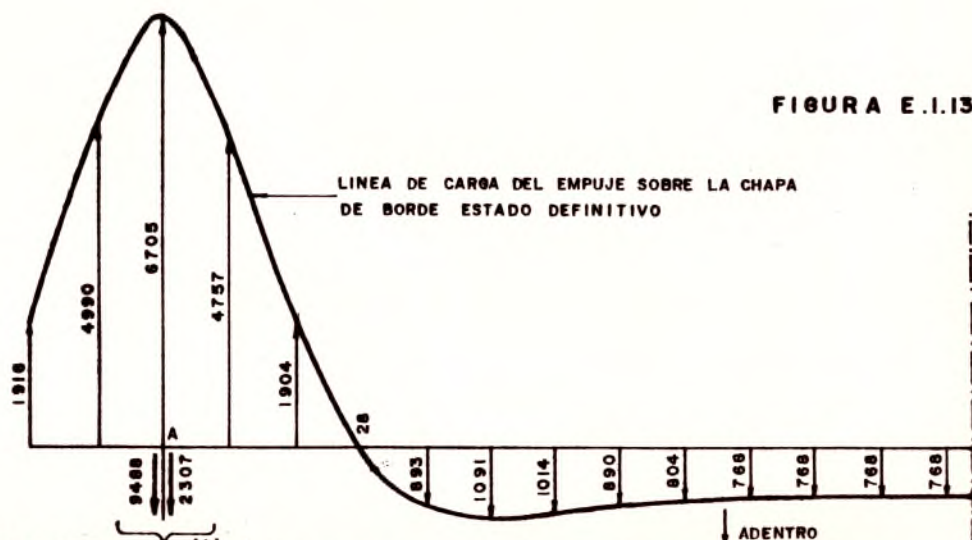


FIGURA E.1.13

REACCION PERIODO DEFINITIVO 11794 (1)

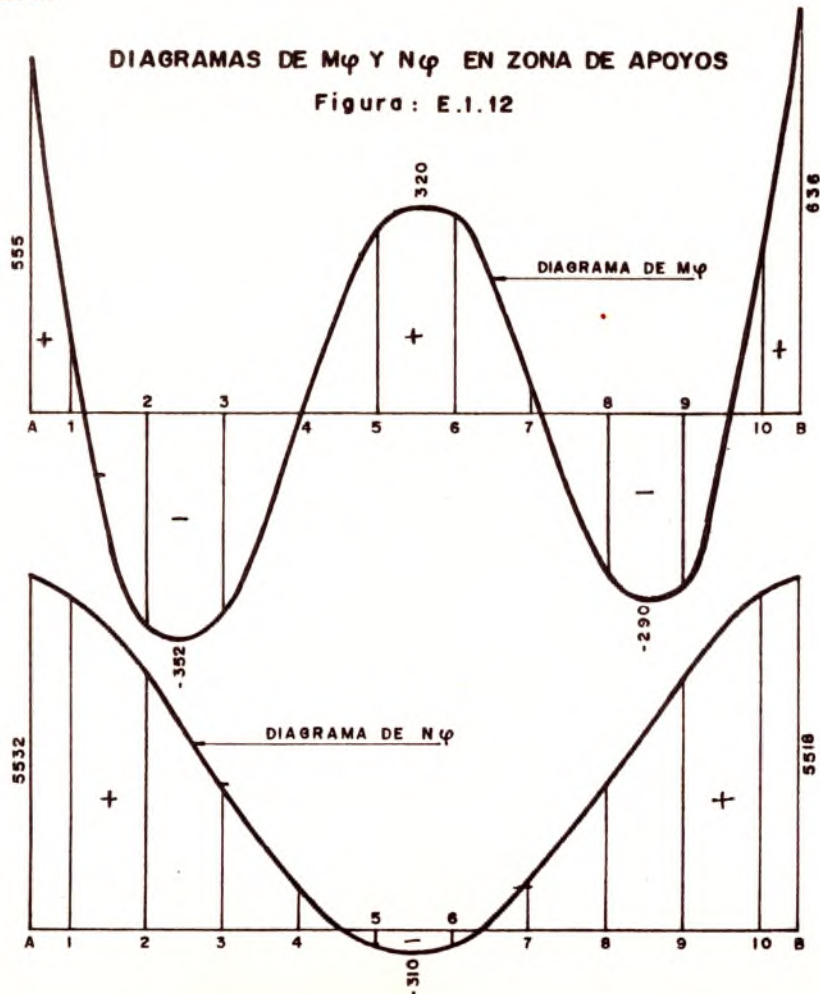
(1) 11794 ~ 14.5 x 813 = 11789 = REACCION PERIODO TRANSITORIO

## 6. ZONA DE APOYO

### MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS POR METRO

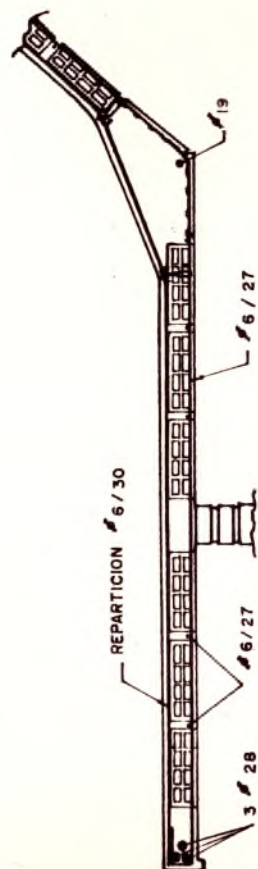
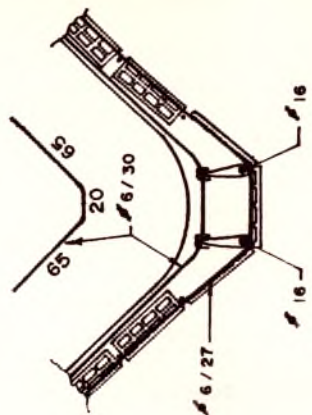
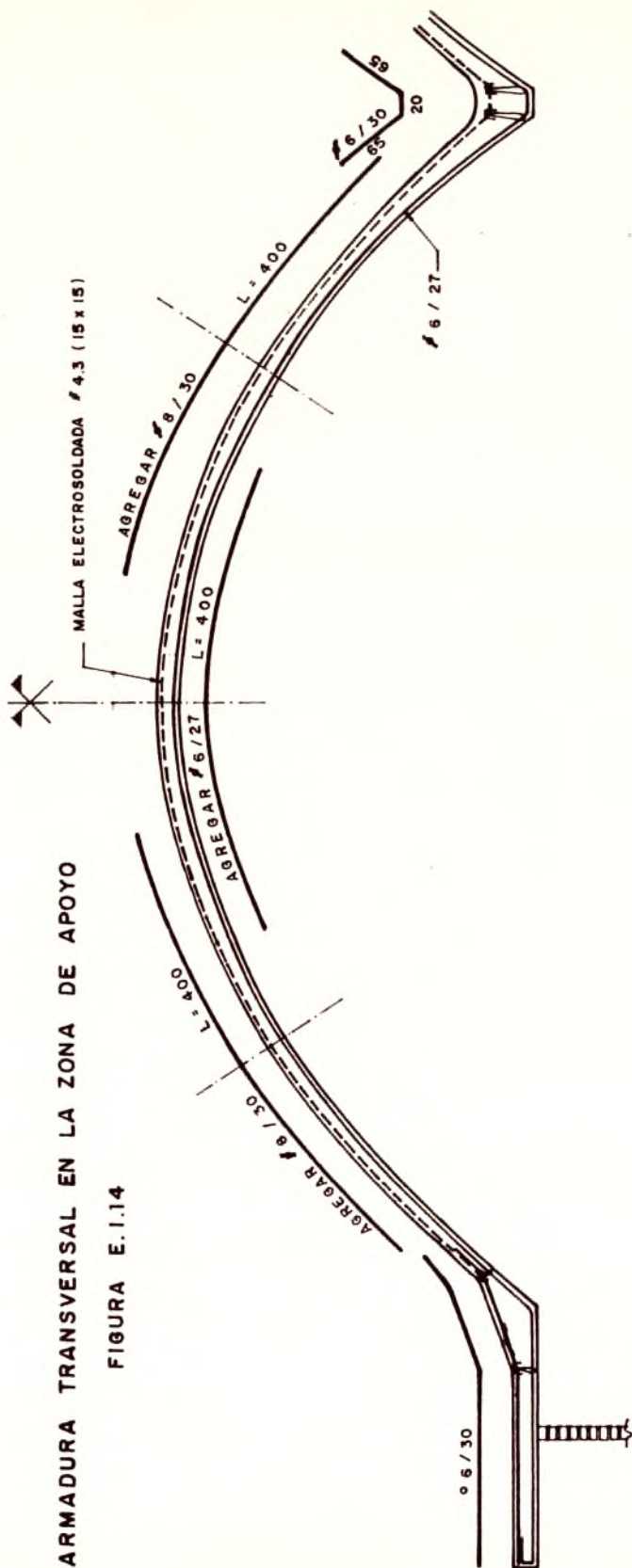
|    | Debido a las fuerzas internas |            | Debido a los pesos |            | Totales    |            |
|----|-------------------------------|------------|--------------------|------------|------------|------------|
|    | $M\varphi$                    | $N\varphi$ | $M\varphi$         | $N\varphi$ | $M\varphi$ | $N\varphi$ |
| A  | 549                           | 4232       | 6                  | 1300       | 555        | 5532       |
| 1  | 117                           | 4050       | 5                  | 1222       | 122        | 5272       |
| 2  | -337                          | 2908       | 4                  | 1081       | -333       | 3989       |
| 3  | -309                          | 1289       | 2                  | 960        | -307       | 2249       |
| 4  | 7                             | -195       | 1                  | 870        | 8          | 675        |
| 5  | 297                           | -1055      | 0                  | 821        | 297        | -234       |
| 6  | 307                           | -1057      | -1                 | 821        | 306        | -236       |
| 7  | 37                            | -197       | -1                 | 870        | 36         | 673        |
| 8  | -259                          | 1279       | -1                 | 960        | -260       | 2239       |
| 9  | -272                          | 2896       | -1                 | 1081       | -273       | 3977       |
| 10 | 272                           | 4038       | 0                  | 1223       | 272        | 5261       |
| B  | 636                           | 4217       | 0                  | 1301       | 636        | 5518       |

Figura : E.1.11



# ARMADURA TRANSVERSAL EN LA ZONA DE APOYO

FIGURA E.1.14



## Ejemplo 2. Texto

Vamos a suponer que debemos proyectar la cubierta de un predio del que tres lados son medianeras. Cabe la posibilidad de que se produzcan sobrecargas mayores (por ejemplo por obstrucción de desagües) y sea aconsejable prever, en las chapas de borde, el recargo que aconsejan las normas, 100 K/m<sup>2</sup>; luego  $q_{\text{losa}} = 170 - 15 + 100 = 255 \text{ K/m}^2$ . El efecto en los valles intermedios es mucho menos importante, tomaremos 100 K/m.l. más.

Habría, en rigor, que prever las dos posibilidades, cubierta sin y con sobrecarga, pero, como solo nos interesa mostrar el efecto de una sobrecarga mayor, dimensionamos el caso de la cubierta sobrecargada.

En este ejemplo estudiaremos solo aquello que complementa lo aprendido en el anterior. Como hemos visto el periodo constructivo no plantea dificultades.

### Período definitivo

#### 1. Cross de los pesos. Aparece en la Fig. E.2.3.

$$X_{\text{losa}} = 255 \times \frac{4^2}{8} = 510 \text{ Km.}$$

#### 2. Valle intermedio como viga.

$$q = 2,307 \text{ T/m.}$$

Las diferencias con el mismo valle del Ejemplo 1 son dos:

No hay volado y la carga es un 3,7% mayor.

El momento vale 180,234 T.m.

Con los mismos cables tendríamos en el tramo

$$\sigma_i = \frac{180,234}{0,3538} + 88 \times 5,867 = 6,87$$

El cableado podría dejarse igual o ponerse 4 cables de 24 T. Contra lo que puede pensarse el tipo de armado y de p. compresión que hacemos es como se ve, muy flexible.

### Medio valle extremo

$$q = 3,432$$

$$M = 268,13 \text{ T.m.}$$

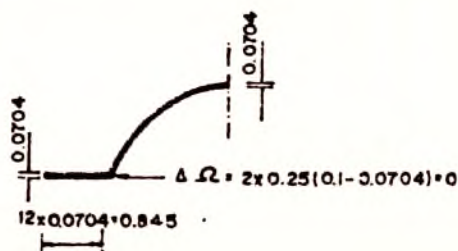
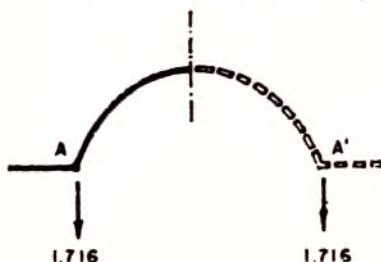
$$^{(1)} \Omega = 0,8391 + 2 \times 0,0148 + 2 \times 0,845 \times 0,0704 = 0,8391 + 0,0296 + 0,1190 = 0,9877 \text{ m}^2$$

$$v' = (0,8391 \times 1,8141 + 0,0296 \times 0,05 + 0,1190 \times 0,0557) \frac{1}{\Omega} = 1,5494$$

$$v^* = 1,3077$$

$$I_G = 0,6419 + 0,8391 (1,8141 - 1,5494)^2 + 0,0296 (1,5494 - 0,05)^2 + 0,1190 (1,5494 - 0,0557)^2 = 1,0327 \text{ m}^4$$

$$W_i = 0,6665 \quad W_s^* = 0,7897$$



(1) Ver los valores del Ejemplo 1.

Para calcular  $\mu_G$  puede usarse un programa o también usar las tablas para directriz catenaria y proceder así:

$$\text{A la altura del nuevo c. de gravedad la cuerda vale } 7,00 \therefore \frac{7,00}{V^*} = \frac{7,00}{1,3077} = 5,3529$$

$\therefore$  el  $\mu_G$  que buscamos será el  $\mu_x$  de una directriz con  $\frac{L}{F} = 5,3529$

$$\text{Luego: } \mu_G = 3,788340 \times 0,0704 \times 1,3077^2 = 0,4561 \text{ m}^3$$

1 T. de p.c. abajo da:

$$\sigma_i = \frac{1}{0,9877} + \frac{1,5494 - 0,16}{0,6665} = 3,0971$$

$$\sigma_s^* = \frac{1}{0,9877} - \frac{1,5494 - 0,16}{0,7897} = -0,7469$$

$$\text{Tramo: P.c. mínima en la viga virtual } \Omega = \frac{268,13}{0,6665} \times \frac{1}{3,0971} = 130 \text{ T} \therefore \text{ en la generatriz}$$

$$\text{extrema debemos disponer } 65\text{T de p.c. como mínimo. Con esa p.c. mínima } \sigma_s^* = \frac{268,13}{0,7897}$$

$$- 130 \times 0,7469 = 242.$$

Si usáramos los valores de  $\Omega$  y  $W_i$  del ejemplo 1 tendríamos P.C. mínima =

$$\frac{268,13}{0,3538} \cdot \frac{1}{5,867} = 129 \text{ T.}$$

Con esa p.c. mínima  $\sigma_s^* = 241$ . Vemos que para la p.c. y las tensiones no es necesario considerar la parte de chapa de borde vinculada a la bóveda.

Preveremos para la bóveda cuatro cables de 65/4 anclados a 0,3, 1,15, 3,65 y 7,00 del apoyo. No hacemos las verificaciones punto a punto ya que sabemos que las pequeñas tracciones que puedan resultar se resisten sin dificultad.

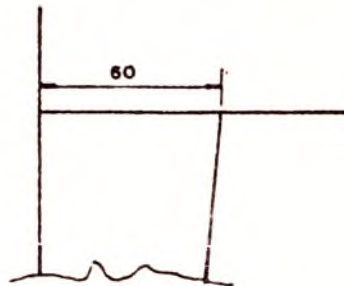
### Cortante

$$V. \text{ máx.} = 42,90$$

### Ancho de apoyo

$$N = \frac{42,90}{2 \sin \varphi_0} = 27,51$$

$$\sigma = \frac{27,51}{0,60 \times 0,1} = 459 \text{ T/m}^2$$



A 40 cm. del arranque, y aumentando el espesor 1 cm. tenemos: (ya que  $\frac{40}{\tan 60^\circ} = 23$ )

$$\sigma = \frac{27,51}{(0,60 + 0,23) \times 0,073} = 454$$

Calculado con el cortante en el eje del apoyo

$$\tau = \frac{42,90 \times 0,4561}{2 \times 0,0704 \times 1,0327} = 134,57$$

Con los valores del Ejemplo 1:  $\tau = 151,61$

También en este caso solo tiene sentido determinar  $\sigma_T$  a la derecha del punto 1, que nos servirá para la armadura transversal de la franja de apoyo y a la derecha del punto 2, donde tendremos la peor situación para la franja básica.

$$\begin{array}{lll} \text{Punto 1 a la derecha:} & V = 41,87 & \tau = 131,34 \\ & \sigma_G = 18,22 & \sigma_T = 122,54 \\ \text{Punto 2 a la derecha:} & V = 38,61 & \tau = 121,11 \\ & \sigma_G = 36,44 & \sigma_T = 104,25 \end{array}$$

### 3-4. MOMENTOS DEBIDOS A LOS $e \cdot \Delta \tau$ .

Momentos Bóveda extrema:

$$X_A = (0,0415 \times 1716 - 0,0178 \times 1144)10 = 509$$

$$X_B = (0,0178 \times 1716 - 0,0415 \times 1144)10 = -169$$

Momentos Bóveda intermedia:

$$X_B = -X_C = 0,0238 \times 1163 \times 10 = 277$$

Cortantes y fuerzas horizontales. Bóveda extrema:

$$V_i = 1,128 \times 1716 - 0,128 \times 1144 = 1789$$

$$V_d = -0,128 \times 1716 + 1,128 \times 1144 = 1071$$

$$H_i = 1,3496 \times 1716 - 0,2557 \times 1144 = 2023$$

$$H_d = -0,2557 \times 1716 + 1,3496 \times 1144 = 1105$$

Cortantes y fuerzas horizontales. Bóveda intermedia:

$$V_i = V_d = 1163$$

$$H_i = H_d = 1,0939 \times 1163 = 1272$$

Las diferencias entre las fuerzas en los valles del Cross de los  $e \cdot \Delta \tau$  y el de los pesos, no justifica aquí un nuevo Cross correctivo. El Cross de los momentos debidos a los  $e \cdot \Delta \tau$  está en la Fig. E.2.4.

En la Fig. E.2.5 tenemos los momentos y fuerzas directas debidos a los  $e \cdot \Delta \tau$ . Como no hemos hecho corrección, con un 2º Cross de las fuerzas que cuelgan del valle B, usamos como  $\frac{p}{2}$ , la suma de los componentes verticales de los  $e \cdot \Delta \tau$  a la derecha, 1144, sacada del Cross de los pesos.

En la Fig. E.2.6 tenemos los momentos y fuerzas directas, comunes a todas las franjas, debidos a los pesos y en la Fig. E.2.7 los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  totales para la zona 1. En la Fig. E.2.8 dibujamos los diagramas de  $M\varphi$  y  $N\varphi$  para la zona 1.

### 5-6. CALCULO DE $\frac{yc}{fc}$

La situación de la banda de clave es análoga a la del ejemplo 1 con una distancia de 30 cm. entre las fuerzas y extremos de la viga.

La curva de  $\frac{yc}{fc}$  está en la Fig. E.2.9

El ancho en que consideremos  $M\varphi$  y  $N\varphi$  medios de la franja de apoyo será, en este caso:

$$0,60 + \frac{10}{3,5} \times \frac{1}{\text{tg}.60^\circ} = 2,25$$

Para este ancho el valor medio de  $\frac{yc}{fc}$  es 6,34, luego los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  de la franja básica deben multiplicarse por -5,34. El cuadro correspondiente está en la Fig. E.2.10 y los diagramas en la Fig. E.2.11.

## 7. DIMENSIONADO DE LA FLEXION TRANSVERSAL

Dimensionaremos solo la zona de apoyo.

### Apoyos

A: Con s. carga:  $M\varphi = 270$      $N\varphi = 14900$  Peq. exentricidad  
Verif. innecesaria.  
B: Con s. carga:  $M\varphi = 200$      $N\varphi = 9000$     "  
B: Sin s. carga:  $M\varphi = 500$      $N\varphi \sim 9000$      $\sigma_b = 68$  en el alisado.  
 $\sigma_e = 1830$

Máx.  $> 0$      $M\varphi = 1185$      $N\varphi = -2428$

Pongo 1  $\varnothing$  16/nervio llevando los nervios a 3 cm.\*

Da  $\sigma_b = 79 \text{ K/cm}^2$  en el alisado     $\sigma_e = 2213 \text{ k/cm}^2$

Máx.  $< 0$      $M\varphi = -1880$      $N\varphi = 8600$

Estos  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  coexisten con una zona en que tenemos  $\sigma_T = 122,54 \text{ T/m}^2$ .

Luego, en toneladas  $N = 8,6 - 0,0704 \times 122,54 = -0,03 \text{ T}$ .

En los 2,25 correspondientes a la franja de apoyo aumentamos localmente el espesor del alisado como muestra la Fig. E.2.12 y reforzamos la armadura en el extradós con  $\varnothing 10/5$ .\* Tenemos así  $F_e = 16,6236$      $F_e' = 1,011$      $h = 11$      $h' = 1,5$ . Da  $\sigma_b = 74$      $\sigma_e = 1222$ .

Como dijimos al principio del estudio de este ejemplo tendríamos que haber estudiado la estructura con y sin sobrecarga, cosa que no hicimos para aligerar la exposición. En la Fig. E.2.11 dibujamos punteados los diagramas de  $M\varphi$  y  $N\varphi$  de la zona de apoyo sin sobrecarga (que el lector puede obtener como ejercicio). Los valores de  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  en la estructura sin sobrecarga no suponen modificación en el dimensionado.

En la Fig. E.2.12 se muestra el detalle constructivo de la zona de apoyo, donde indicamos, sin explicitar el cálculo aquí, el refuerzo necesario en el riñón derecho.

### Momentos de la chapa de borde

El diagrama de cargas se muestra en la Fig. E.2.13.

El momento sobre el apoyo es  $+1,115 \text{ Tm}$ . y el momento máximo vale:  $105,67 \text{ Tm}$ .

La chapa de borde puede asimilarse <sup>(1)</sup> a un rectángulo de  $0,0704 \times 4,09 \therefore \Omega = 0,288$   
 $W = 0,196$ .

1 T de p.c. adentro, a 15 cm. del filo interior, da:  $\sigma_i \sim 13,20$

Precisamos un mínimo de  $\frac{105,67}{0,196} \cdot \frac{1}{13,20} \sim 41 \text{ T}$ .

Pondríamos en la arista A, 4 cables de 30 T = 120 T. de los que  $\frac{41}{41 + 65} \times 120 =$

46,4 serían para la viga de borde y 73T6 para la bóveda. Cada cable llevaría en la bóveda 18T4 en lugar de las 18T que supusimos en los cálculos iniciales.

\* Ver Fig. E.3.16 (c)

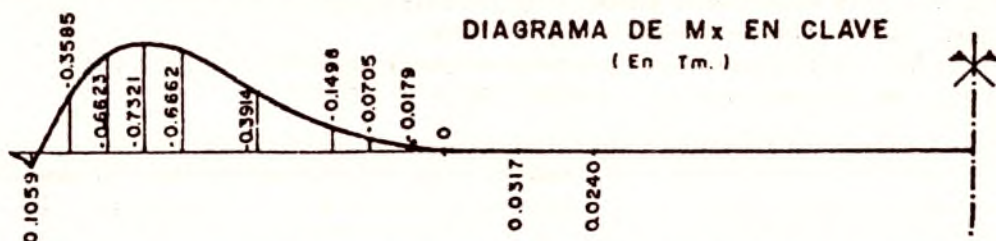
(1) Ya hicimos el cálculo exacto en el ejemplo 1 y no es grande la diferencia, en los resultados, con la aproximación que hacemos aquí.

## 8. DETERMINACION DE Mx.

Como Mx es proporcional a fc, o sea a p, tendríamos, en la generatriz de clave de las bóvedas extremas, un Mx correspondiente a la media bóveda extrema y otro Mx correspondiente a la intermedia, siendo esta una discontinuidad que muestra el carácter aproximado del método de cálculo que exponemos. Lo que hacemos es calcular Mx con la mayor p, en este caso con la de la media bóveda extrema para la que:

$$E.I.f_c = 0,939 \times 10^{-4} \times 3,432 \times 10^3 = 0,3223$$

Con el diagrama de Mx vemos que el máximo momento positivo, que se produce en el eje del apoyo y que coexisten con Nx  $\sim 0$  se resiste con la armadura constructiva. Este máximo como ya hemos dicho no es real, no justificándose, en este caso, ningún análisis posterior.



Máximo  $< 0$ : 73,21 T.cm. a 1,50 del apoyo, donde, en la viga,  $M = 12,5 \times 3,432 \times 1,5 - 3,432 \times \frac{1,5^2}{2} = 60,49$ .

Tenemos además, abajo  $\frac{73T6}{2} = 36T8$  de p.c. Con estos valores:

$$\sigma_i = - \frac{60,49}{0,6665} + 36,8 \times 3,0971 = 2322$$

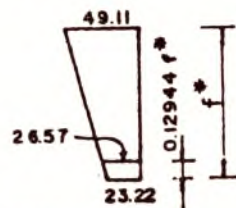
$$\sigma_s^* = \frac{60,49}{0,7897} - 36,8 \times 0,7649 = 49,11$$

Luego tendremos: Mx = 73,21 T.cm. N = 49,11 x 0,0704 = 3,46.

Agregamos en clave y en un ancho de 3 m.  $\varnothing$  6/15, de 4 mts. de largo, a la malla electrosoldada  $\therefore$  Fe = 2,8103 Fe' = 1,0481. Según el detalle del sobreespesor tenemos en la clave un sobreespesor de 1 cm  $\therefore$  h = 9,5 h' = 1,5\*  $\sigma_b = 68 \text{ K/cm}^2$   $\sigma_e = 2402 \text{ K/cm}^2$

En la zona de los puntos 2 y 3 (ver C.8), tendremos (punto 2)

$$M_x = 73,21 \times 0,7513 = 55,00. \quad N_x = 26,57 \times 0,0704 = 1,87$$



Agregamos desde 1,00 del arranque hasta 3,5 1  $\varnothing$  8/27 de 4 mts. de largo por nervio. Además teniendo en cuenta el sobreespesor  $\frac{1,8}{2,4} \times 2,5 = 1,88 \therefore$  h = 10,38 para el hierro transversal y h = 10,38 - 0,6 = 9,78 para el longitudinal, ya que el hierro transversal se pone abajo.

$$h' = 1,5 \quad Fe = 2,9111 \quad Fe' = 0,9236.$$

$$\text{Da: } \sigma_b = 48 \text{ K/cm}^2 \quad \sigma_e = 1802 \text{ K/cm}^2 \quad *$$

\* Ver Fig. E.3.16 (c).

(1) Tener en cuenta que hemos estudiado el efecto de Mx, Nx solo en la media bóveda extrema.

## Cálculo de $\delta$

En correspondencia con el apoyo:  $\frac{y_c}{f_c} = 10,9996 \therefore y_c = 10,9996 \cdot f_c$  para la carga

$$\frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{kc}}$$

Luego para una carga igual a 1:  $\delta = 10,9996 \cdot \frac{f_c}{\frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{kc}}}$

$$10,9996 \cdot \frac{p}{R} \cdot f_{kc} = 10,9996 \cdot \frac{1}{12,8} \cdot \frac{1,685}{E \cdot I} \therefore$$

Si  $E$  es  $10^6 \text{ T/m}^2$  e  $I = 6830,7 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ :

$$\delta = 10,9996 \cdot \frac{1,685}{12,8} \cdot \frac{1}{68,307} = 0,021$$

Luego, haciendo  $X = \frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{kc}}$  en vez de  $\frac{R}{p} \cdot \frac{f_c}{f_{kc} + b\delta}$  cometimos un error de 0.76%.

## EJEMPLO 2.

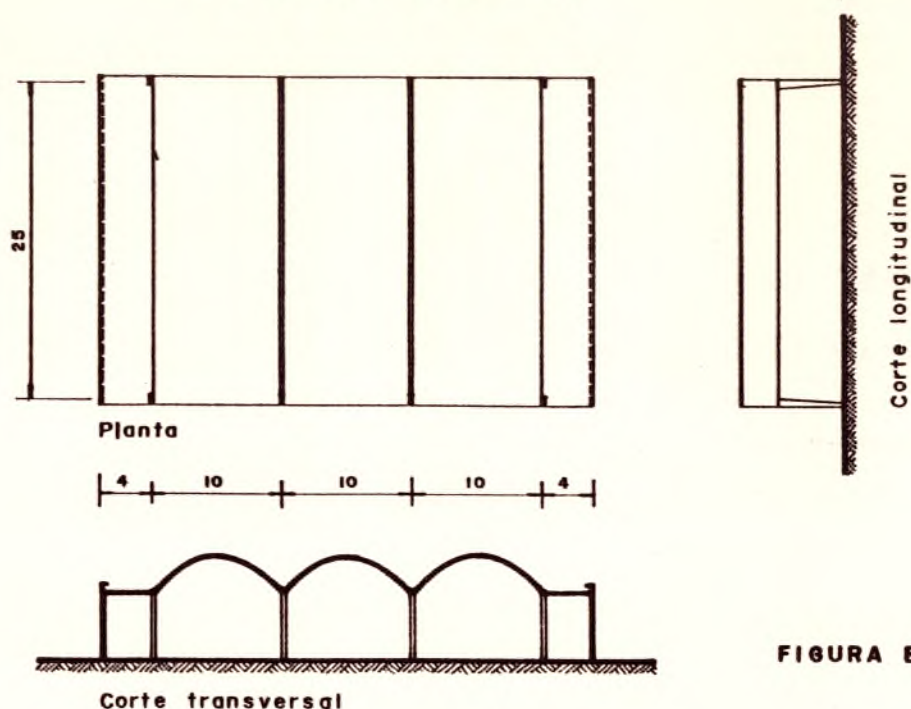
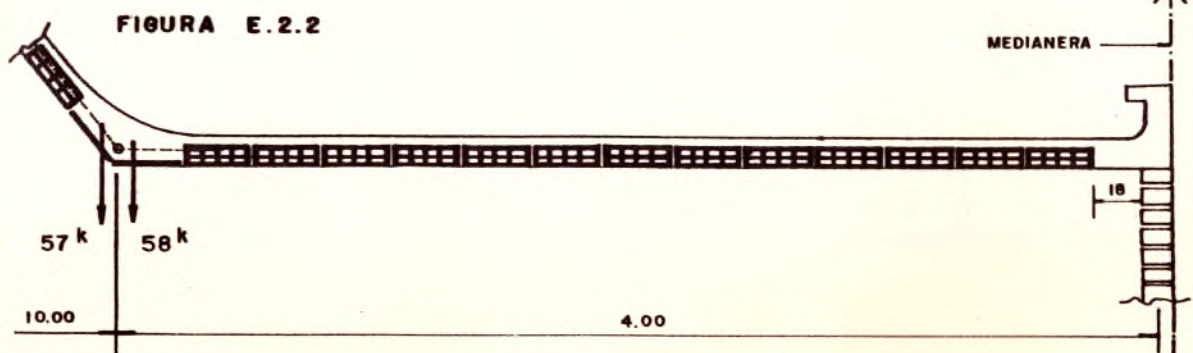
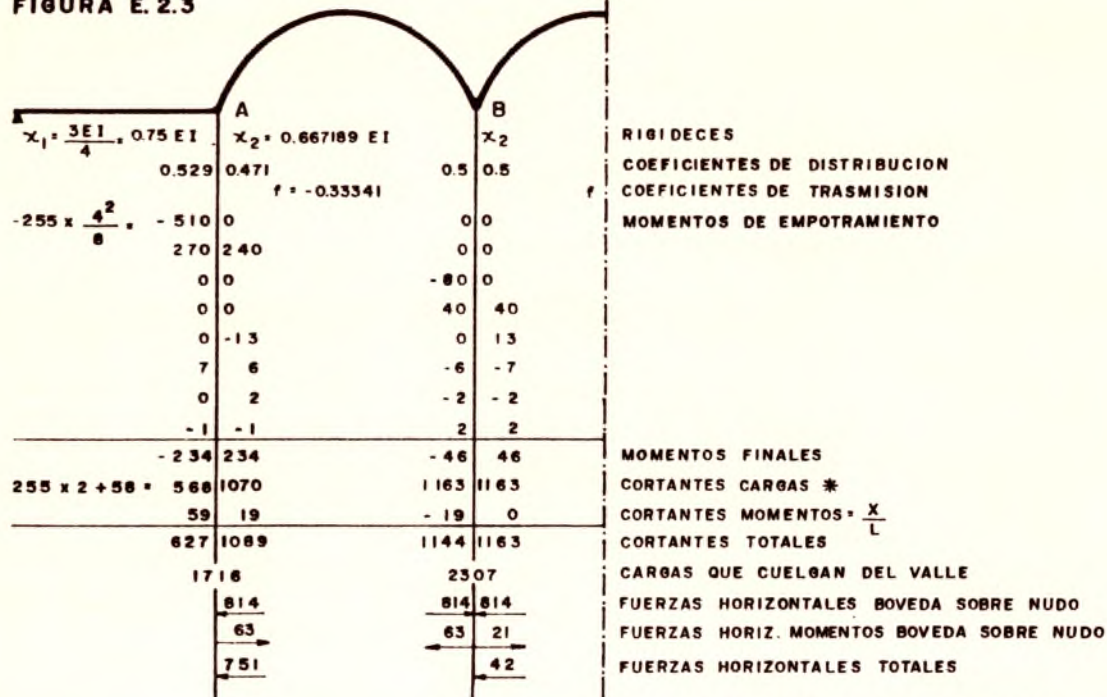


FIGURA E.2.1



# CROSS DE LOS PESOS CON VALLES APUNTALADOS

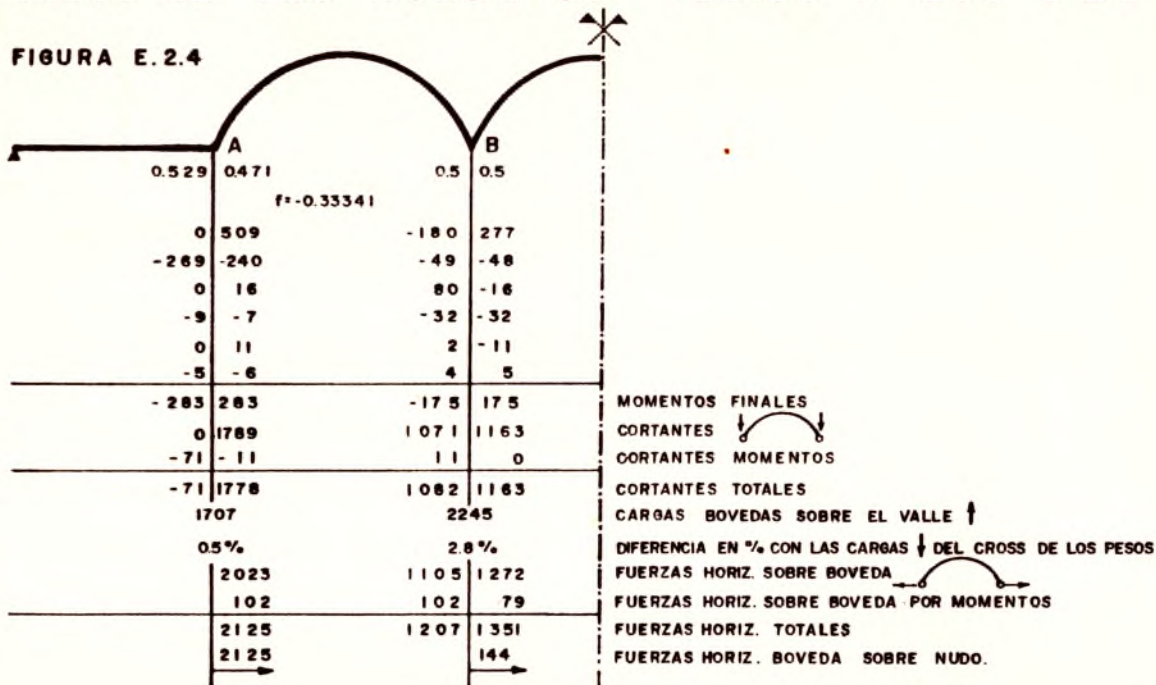
FIGURA E. 2.3



\* A CADA LADO DEL VALLE B TENGO  $1013 + 100 + 50 = 1163$

# CROSS DE LOS MOMENTOS DEBIDO A LOS $\Delta Z$

FIGURA E. 2.4



## FRANJA BASICA

**MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS  $\theta \Delta z$**   
**FUERZA HORIZONTAL SOBRE LA CHAPA DE BORDE: 2045  $k/m$  HACIA ADENTRO**

|    | MOMENTOS |      |             |             |         | FUERZAS DIRECTAS |     |       |       |         |
|----|----------|------|-------------|-------------|---------|------------------|-----|-------|-------|---------|
|    |          |      |             |             | M TOTAL |                  |     |       |       | N TOTAL |
| A  | -283     | 0    | 1716x10x0=0 | 1144x10x0=0 | -283    | -18              | -38 | -2959 | 297   | -2718   |
| 1  | -243     | 11   | 309         | -77         | 0       | -21              | -39 | -2851 | 304   | -2607   |
| 2  | -166     | 29   | 642         | -199        | 306     | -29              | -41 | -2148 | 317   | -1901   |
| 3  | -94      | 40   | 614         | -268        | 292     | -39              | -42 | -1145 | 326   | -900    |
| 4  | -30      | 42   | 335         | -267        | 80      | -49              | -43 | -213  | 325   | 20      |
| 5  | 20       | 33   | -12         | -181        | -140    | -59              | -41 | 354   | 308   | 562     |
| 6  | 54       | 12   | -271        | -8          | -213    | -66              | -37 | 463   | 236   | 596     |
| 7  | 68       | -19  | -400        | 223         | -128    | -69              | -31 | 488   | -142  | 246     |
| 8  | 65       | -58  | -402        | 410         | 15      | -69              | -24 | 488   | -763  | -368    |
| 9  | 47       | -103 | -299        | 428         | 73      | -66              | -18 | 475   | -1432 | -1041   |
| 10 | 18       | -150 | -115        | 206         | -41     | -63              | -13 | 456   | -1900 | -1520   |
| B  | 0        | -175 | 0           | 0           | -175    | -62              | -11 | 446   | -1973 | -1600   |

Figura. E.2.5

**MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS PESOS. COMUNES A TODAS LAS FRANJAS**

**4. MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS TOTALES. ZONA 1**

|    | MOMENTOS |     |         | FUERZAS DIRECTAS |     |                    |
|----|----------|-----|---------|------------------|-----|--------------------|
|    |          |     | M TOTAL |                  |     | CATENARIAS N TOTAL |
| A  | -234     | 0   | -234    | -15              | -10 | 1300               |
| 1  | -201     | 3   | -198    | -17              | -10 | 1222               |
| 2  | -137     | 8   | -129    | -24              | -11 | 1080               |
| 3  | -78      | 11  | -67     | -32              | -11 | 959                |
| 4  | -25      | 11  | -14     | -41              | -11 | 869                |
| 5  | 17       | 9   | 26      | -49              | -11 | 820                |
| 6  | 45       | 3   | 48      | -55              | -10 | 820                |
| 7  | 57       | -5  | 52      | -57              | -8  | 869                |
| 8  | 54       | -15 | 39      | -57              | -6  | 959                |
| 9  | 39       | -27 | 12      | -55              | -5  | 1080               |
| 10 | 15       | -40 | -25     | -52              | -3  | 1222               |
| B  | 0        | -46 | -46     | -51              | -3  | 1300               |

Figura. E.2.6

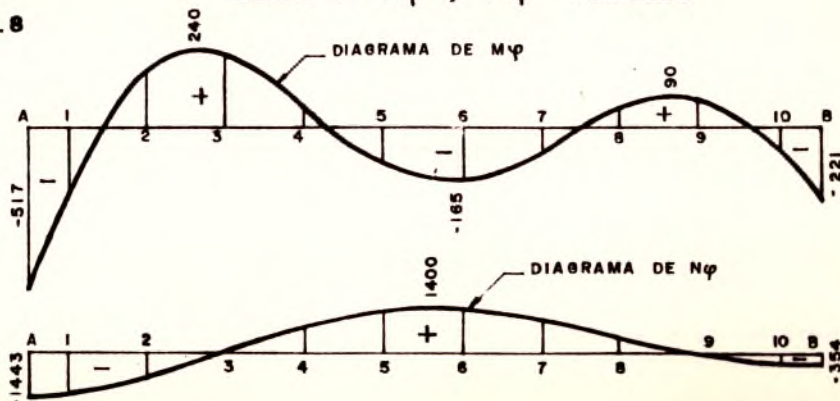
|    | M    | N     |
|----|------|-------|
| A  | -517 | -1443 |
| 1  | -198 | -1412 |
| 2  | 177  | -856  |
| 3  | 225  | 16    |
| 4  | 66   | 837   |
| 5  | -114 | 1322  |
| 6  | -165 | 1351  |
| 7  | -76  | 1050  |
| 8  | 54   | 528   |
| 9  | 85   | -21   |
| 10 | -66  | -353  |
| B  | -221 | -354  |

Figura. E.2.7

FUERZA HORIZ. SOBRE LA CHAPA DE BORDE: 754  $k/m$  HACIA AFUERA

**ZONA 1.  $M\varphi$  y  $N\varphi$  TOTALES**

Figura. E.2.8



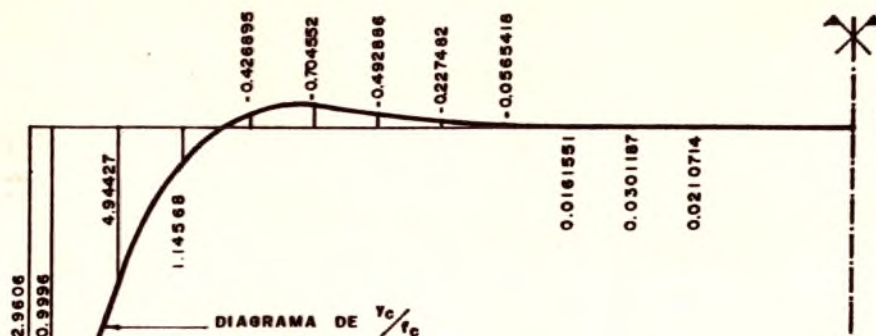


Figura. E.2.9

## 6. ZONA DE APOYO

### MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS POR METRO

|    | DEBIDO A LAS FUERZAS INTERNAS |             | DEBIDO A LOS PESOS |             | TOTALES     |             |
|----|-------------------------------|-------------|--------------------|-------------|-------------|-------------|
|    | M $\varphi$                   | N $\varphi$ | M $\varphi$        | N $\varphi$ | M $\varphi$ | N $\varphi$ |
| A  | 1511                          | 14514       | -234               | 1275        | 1277        | 15789       |
| 1  | 0                             | 13921       | -198               | 1195        | -198        | 15116       |
| 2  | -1634                         | 10151       | -129               | 1045        | -1763       | 11196       |
| 3  | -1559                         | 4806        | -67                | 916         | -1626       | 5722        |
| 4  | -427                          | -107        | -14                | 817         | -441        | 710         |
| 5  | 748                           | -3001       | 26                 | 760         | 774         | -2241       |
| 6  | 1137                          | -3183       | 48                 | 755         | 1185        | -2428       |
| 7  | 684                           | -1314       | 52                 | 804         | 736         | -510        |
| 8  | -80                           | 1965        | 39                 | 896         | -41         | 2861        |
| 9  | -390                          | 5559        | 12                 | 1020        | -378        | 6579        |
| 10 | 219                           | 8117        | -25                | 1167        | 194         | 9284        |
| B  | 935                           | 8544        | -46                | 1246        | 889         | 9790        |

Figura. E.2.10

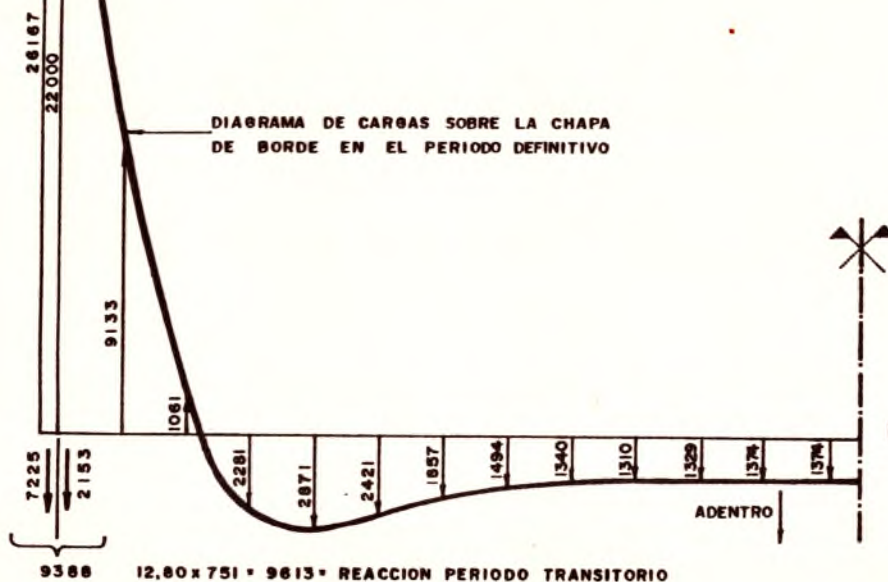
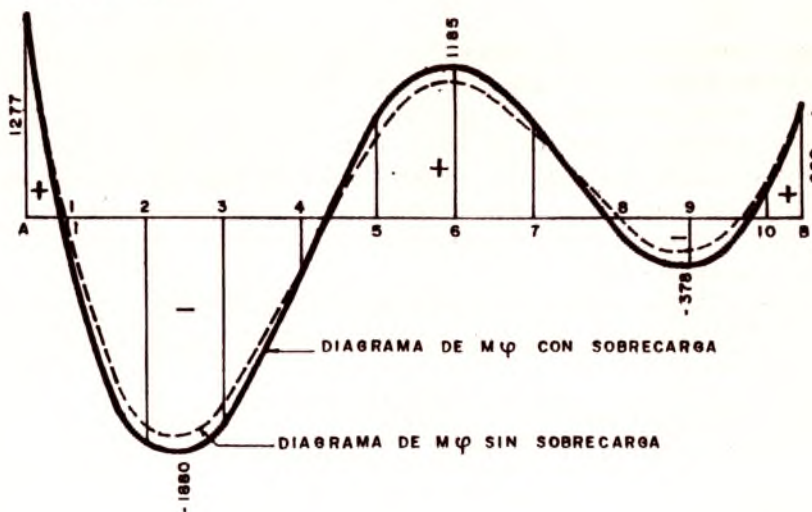


Figura. E.2.13

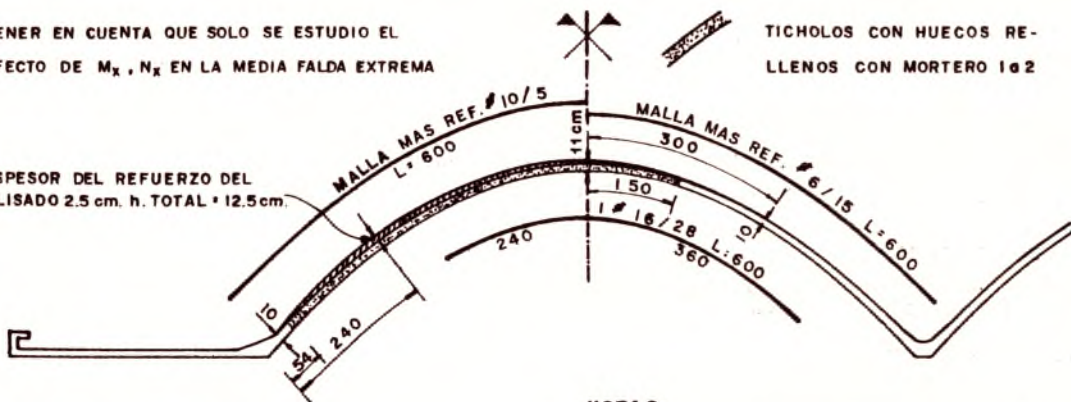
### ZONA DE APOYO M<sub>ψ</sub> N<sub>ψ</sub> TOTALES

**FIGURA E. 2.11**

TENER EN CUENTA QUE SOLO SE ESTUDIO EL EFECTO DE  $M_x$ ,  $N_x$  EN LA MEDIA FALDA EXTREMA

TICHOLOS CON HUECOS RE-  
LLENOS CON MORTERO 1 a 2

ESPOSOR DEL REFUEZO DEL  
ALISADO 2.5 cm. h. TOTAL = 12.5 cm.

**FIGURA E.2.12**

**NOTAS:**

- DONDE NO SE ESPECIFICA OTRA COSA  
LA ARMADURA ES LA CONSTRUCTIVA.
- DONDE PONEMOS  $\frac{1}{16}$  HACEMOS NERVIOS  
DE 3cm. SE LLENA CON PRECAUCION ESPECIAL.

### EJEMPLO 3

Conviene siempre reducir las chapas de borde al mínimo porque son más caras en sí mismas, y, además, porque cuanto más grandes sean, más encarecen la construcción de toda la bóveda. En el ejercicio anterior hubiera sido más económica una solución con tres bóvedas de 11,5 y dos chapas de borde de 2,25, pero, al definir las medidas de ese ejemplo, nuestro propósito fue mostrar como afectaba a la estructura una chapa de borde grande y con carga importante, no obtener la mejor solución. El reducir el tamaño de la chapa de borde es sobretodo esencial en estructuras en la que la chapa vuela de la bóveda..

En este ejemplo consideraremos la chapa de borde volada de la Fig. E.3.2, que, en el estado transitorio, se apuntalará horizontalmente para no estar obligados a precomprimirla también para el período transitorio.

#### Zona del Volado

##### Volado FG:

La carga normal en el nudo extremo:  $57 + 58 = 115$  K prevee el macizo que debemos hacer en las aristas extremas para alojar cables de precomprimido. Esta carga debe considerarse como promedio entre apoyos pero no en el volado (ver Fig. E.3.2) donde la p. compresión se hace en la arista externa de la chapa de borde, lo que también sucede en las zonas de la chapa de borde en que resulta extendida, por flexión, su cara exterior. En estas zonas tampoco hay precompresión en las generatrices extremas A y F para la bóveda, y, entonces, la carga en el nudo es  $\sim 50$  K para la bóveda más la losa.  $(0,25 \times 2 \times [255 - 170] = 42,5$  K. Tomo 50 K por redondeo de la arista. Ver Fig. E.3.2).

No considero los momentos que los 25 K de la izquierda generan en la bóveda pero sí los que producen, en el volado, los 25 K que le están aplicados.

Como tenemos, en el volado de la bóveda-viga, una chapa de borde de ancho variable de 1,52 a 0,22 (ancho de intradós de 1,55 a 0,25) haremos, para el volado tres Cross de los pesos: apoyo, a 6 mts. del apoyo y en el extremo, cuyos pesos y momentos en el nudo F son:

$$\text{Apoyo: } P = 1,52 \times 170 + 17 + 25 = 300 \text{ K}$$

$$M \sim 170 \times \frac{1,52^2}{2} + 17 \times 1,42 + 25 \times 0,1 = 223 \text{ K.m.}$$

$$\text{A 6 mts. } P = 0,87 \times 170 + 17 + 25 = 190 \text{ K}$$

$$M \sim 170 \times \frac{0,87^2}{2} + 17 \times 0,77 + 25 \times 0,1 = 80 \text{ K.m.}$$

$$\text{Extremo: } P = 0,22 \times 17 + 25 = 62 \text{ K.}$$

$$M \sim 170 \times \frac{0,22^2}{2} + 25 \times 0,1 = 7 \text{ Km}$$

Es obvio que los valores calculados para el volado en el apoyo son los que corresponde usar para la zona del apoyo intermedio de la bóveda-viga y de la chapa de borde.

##### Zona de tramo:

$$P = 1,52 \times 170 + 17 + 58 = 333$$

$$M \sim 170 \times \frac{1,52^2}{2} + 17 \times 1,42 + 58 \times 0,1 = 226$$

Los cuatro Cross de los pesos aparecen en la Fig. E.3.3. Se ve que, salvo en las aristas extremas, las cargas verticales pueden considerarse constantes e iguales a las de los valles del ejemplo 1.

La manera como se distribuyen las cargas de tramo y volado a lo largo de las aristas extremas se ve en la Fig. E.3.4 (pág. 116).

## 2. VALLE INTERMEDIO COMO VIGA

Consideramos todos los valles intermedios iguales con  $q = 2,225 \text{ T/m}$ . <sup>(1)</sup>

$$X_{\text{volado izquierdo}} = 160,20 \text{ T.m.}$$

$$X_{\text{volado derecho}} = 4,45 \text{ T.m.}$$

Luego  $X_{\text{empotramiento}} = \frac{1}{2} \left( 2,225 \times \frac{30^2}{8} - \frac{160,20}{2} + 2,225 \times \frac{30^2}{8} - \frac{4,45}{2} \right) = 209,15$ . El diagrama de momentos correspondiente aparece punteado en la Fig. E.3.5.

### Primer apoyo

Usamos  $\Omega$  y los  $W$  calculados en el ejemplo 1.

1 T de p.c. arriba: <sup>(2)</sup>

$$\sigma_s^* = \frac{1}{0,8391} + \frac{1,0874 - 0,01}{0,6154} = 2,94$$

$$\sigma_s = \quad " \quad + \frac{1,0774}{0,5903} = 3,02$$

$$\sigma_i = \quad " \quad - \frac{1,0774}{0,3538} = -1,85$$

Con 4 cables de 24 T  $\sigma_s = 18,53$

**Segundo apoyo.-** Con 5 cables de 24 T  $\sigma_s = 8,09$

**Primer tramo.-** 1 C. de 16 T + 1 C. de 24 T:  $\sigma_i = 47,60$

**Segundo tramo.-** 2 C. de 16 T + 2 C. de 24 T:  $\sigma_i = 34,20$

Como es sabido, la introducción de los momentos, que supone la precompresión, modifica el momento sobre el apoyo intermedio.

Con el diagrama de momentos de la Fig. E.3.5 (a) y luego de un rápido tanteo, hacemos la distribución de cables. Esta distribución da, sobre las vigas el diagrama de la Fig. E.3.5 (b). Los giros en N de las vigas MN y NP, supuestas simplemente apoyadas son:

En MN y hacia abajo:

$$\theta_N = 42,80 \cdot \left\{ \frac{1}{2} (6,5^2 + 4,5^2 + 2,5^2 + 1^2) + 8,5 (30 - 4,25) + 6,5 (30 - 3,25) + 4,4 (30 - 2,2) + 2,5 (30 - 1,25) + 1,5 (30 - 0,75) - 33,20 \times 16,50 \times 14,25 - 49,80 \times 12,5 \times 14,25 \right\} \cdot \frac{1}{30 \text{ E.I.}}$$

$$= \frac{393,83}{\text{E.I.}}$$

En NP y hacia arriba:

$$\theta_N = \left\{ 33,20 [24,70 (12,35 + 0,5) + 22,2 (11,1 + 1) + 49,80 \cdot 19,20 (9,6 + 2,5) + 13,3 (6,65 + 5,5)] - 42,80 [5,50 (30 - 2,75) + 4 (30 - 2) + 3 (30 - 1,5) + 2 (30 - 1) + 1 (30 - 0,5)] \right\} \cdot \frac{1}{30 \text{ E.I.}}$$

$$= \frac{682}{\text{E.I.}}$$

Luego, si  $X$  es el momento correctivo, que supongo que comprime arriba:

$$682 - \frac{X \cdot l}{3} = 393,83 + \frac{X \cdot l}{3} \therefore X = \frac{682,00 - 393,83}{20} = 14,41 \text{ T.m.}$$

(1) En realidad la carga del volado podría hacerse ligeramente variable, disminuyendo hacia su extremo. lo que no hacemos en beneficio de la simplicidad.

(2) Tener en cuenta que, en correspondencia con los cables se recarga el mortero del alisado localmente.

Luego el momento definitivo sobre el apoyo vale:  $209,15 - 14,41 = 194,74$ . El correspondiente diagrama de momentos definitivo, aparece dibujado en la Fig. E.3.5. con línea llena. Para ese diagrama:

**Segundo apoyo**  $\sigma_s = 32,50$   
**Primer tramo:**  $\sigma_i = 28,10$   
**Segundo tramo:**  $\sigma_s = 17,81$

Vamos a estudiar solo las franjas de apoyo (que son las que pueden presentar dificultades de dimensionado) de los arcos DE y EF. Por esto vamos a calcular las tensiones extremas (para mostrar la adecuación entre cableado y sollicitación y también para considerarlas junto con  $M_x$ ) y las principales de tracción (a considerar en el estudio de la flexión transversal) solo en los puntos 3,4,5,6,16,17,18, y 19 aunque en un proyecto ejecutivo deberían verificarse todos los puntos, verificación que puede ser programada.

**Punto 3.-**  $V = 18,91$   $M = 80,38$   $\tau = 66,83$   
 izquierda: P.C. = 48<sup>T</sup>  $\therefore \sigma_s = 8,79$   $\sigma_i = 138,39$   
 $\sigma_G = 57,20$   $\sigma_T = 44,09$   
 derecha: P.C. = 72<sup>T</sup>  $\therefore \sigma_s = 81,27$   $\sigma_i = 93,99$   
**Punto 4.-**  $V = 23,26$   $M = 122,65$   $\tau = 82,56$   
 izquierda: P.C. = 72  $\therefore \sigma_s = 9,66$   $\sigma_i = 213,47$   
 $\sigma_G = 85,81$   $\sigma_T = 50,14$   
 derecha: P.C. = 96  $\therefore \sigma_s = 82,14$   $\sigma_i = 169,07$   
**Punto 5.-**  $V = 30,00$   $M = 129,09$   $\tau = 106,02$   
 izquierda: P.C. = 96  $\therefore \sigma_s = 71,23$   $\sigma_i = 187,27$   
 derecha: P.C. = 72  $\therefore \sigma_s = -1,25$   $\sigma_i = 231,67$  - Verificación innecesaria.  
 $\sigma_G = 85,81$   $\sigma_T = 71,47$   
**Punto 6.-**  $V = 26,66$   $M = 86,60$   $\tau = 94,21$   
 izquierda: P.C. = 72  $\sigma_s = 70,73$   $\sigma_i = 111,58$   
 derecha: P.C. = 48  $\sigma_s = -1,75$   $\sigma_i = 155,98$   
 $\sigma_G = 57,20$   $\sigma_T = 69,85$   
**Punto 16.-**  $V = 28,97$   $M = 115,37$   $\tau = 102,37$   
 izquierda: P.C. = 72  $\sigma_s = 22,00$   $\sigma_i = 192,88$   
 $\sigma_G = 85,81$   $\sigma_T = 68,09$   
 derecha: P.C. = 96  $\sigma_s = 94,48$   $\sigma_i = 148,48$   
  
**Punto 17.-**  $V = 31,19$   $M = 145,45$   $\tau = 110,23$   
 izquierda: P.C. = 96  $\sigma_s = 43,52$   $\sigma_i = 233,51$   
 $\sigma_G = 114,41$   $\sigma_T = 66,99$   
 derecha: P.C. = 120  $\sigma_s = 116,00$   $\sigma_i = 189,10$   
**Punto 18.-**  $V = 37,50$   $M = 156,13$   $\tau = 132,51$   
 izquierda: P.C. = 120  $\sigma_s = 97,90$   $\sigma_i = 219,29$   
 derecha: P.C. = 96  $\sigma_s = 25,42$   $\sigma_i = 263,69$   
 $\sigma_G = 114,41$   $\sigma_T = 87,13$   
**Punto 19.-**  $V = 35,27$   $M = 119,75$   $\tau = 124,64$   
 izquierda: P.C. = 96  $\sigma_s = 87,06$   $\sigma_i = 160,87$   
 derecha: P.C. = 72  $\sigma_s = 14,58$   $\sigma_i = 205,27$   
 $\sigma_G = 85,81$   $\sigma_T = 88,91$

Este cableado sirve para los valles C y D y para los cables que van en las claves de los tres arcos intermedios BC, CD, y DE. El cableado de los valles extremos, de los que estudiaremos el F, se verá a continuación.

## MEDIO VALLE EXTREMO F COMO VIGA

La carga es variable y se dibuja en la Fig. E.3.5 con los datos de la Fig. E.3.4. que se simplifican tomando una carga constante de  $1420 \times 2$  en todos lados menos en el volado donde la tomamos variable entre 2840 en el apoyo y 2200 en el extremo. La carga en el volado resulta de variación lineal.

$$X_{\text{volado izq.}} = 2,200 \times \frac{12^2}{2} + (2,840 - 2,200) \times \frac{12^2}{6} = 173,76$$

$$X_{\text{volado der.}} = 5,68$$

$$X_{\text{apoyo int.}} = \frac{1}{2} \left( 2 \times 2,840 \times \frac{30^2}{8} - \frac{173,76}{2} - \frac{5,68}{2} \right) = 274,64$$

Usamos los valores del valle extremo del ejemplo 2. <sup>(1)</sup>

En el volado dejamos el mismo cableado que en el valle intermedio  $\sigma_s = 37,18$ .

En el apoyo intermedio 2 cables de 32 T + 3 cables de 24 T.

En el primer tramo hacemos la previsión de 1C. de 32 + 1C de 24 T. <sup>(2)</sup>

En el segundo tramo hacemos la previsión de 1C de 32 + 3C de 24 T. <sup>(2)</sup>

Como ya sabemos, la distribución efectiva de cuanto corresponde a la bóveda y cuanto a la chapa de borde se determinará luego de estudiada la flexión de esta en su propio plano.

Con la distribución de cables que aparece en la Fig. E.2.5 (c) tendremos:

$$\text{En MN y hacia abajo } \theta_N = \frac{433,29}{EI}$$

$$\text{En NP y hacia arriba } \theta_N = \frac{735,66}{EI} \therefore \text{ el momento corrector será } \frac{735,66 - 433,29}{20} = 15,12$$

$$\text{Luego } X_{\text{apoyo}} = 274,64 - 15,12 = 259,52 \therefore \text{ en el apoyo: } \sigma_s = - \frac{259,52}{0,7638} + 136 \times 2,770 = 36,88$$

$$\text{1er. tramo: } M = 104,28 \quad \sigma_i = 16,98$$

$$\text{2.º tramo: } M = 199,52 \quad \sigma_i = 22,74$$

De manera análoga a como procedimos en el valle intermedio verificaríamos las tensiones  $\sigma_s$  y  $\sigma_i$  en todos los puntos de corte y determinaríamos los  $\sigma_T$  para analizar el punto en que deberíamos considerar este  $\sigma_T$  para superponer a los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  de apoyo.

Asumiremos, lo que puede comprobar el lector, que el mayor  $\sigma_T$  se produce en correspondencia con el punto 19 a la derecha.

$$\text{Punto 19.- } V = 43,96 \quad M = 140,75 \quad \tau = 137,89$$

$$\text{izquierda: P.C} = 104^T \quad \sigma_s = 102,45 \quad \sigma_i = 107,06$$

$$\text{derecha: P.C} = 72^T \quad \sigma_s = 14,23 \quad \sigma_i = 139,10$$

$$\sigma_G = 72,90 \quad \sigma_T = 106,18$$

Este es el punto de máxima  $\sigma_T$ .

$$(1) V = V^* + 0,0443 = 1,3077 + 0,0443 = 1,3520 \quad W_s = 0,7638 \quad 1^T \text{ de p.c. arriba da:}$$

$$\sigma_i = \frac{1}{0,9877} - \frac{1,3520 - 0,01}{0,6665} = -1,0011$$

$$\sigma_s = \frac{1}{0,9877} + \frac{1,3520 - 0,01}{0,7638} = 2,7695$$

(2) Para la bóveda virtual; en la arista F se colocaría, la mitad para la bóveda más lo que habría que colocar para la chapa de borde.

## Valles B y E

Los valles B y E deben estudiarse separadamente. En efecto, la carga es igual en todos los valles intermedios,  $\sim 2,225 \text{ T/m.}$ , también la p.c. en el valle y en el apoyo N pero la p.c. sobre el apoyo intermedio se compone de  $\frac{1}{2}$  p.c. correspondiente al valle intermedio y  $\frac{1}{2}$  p.c. correspondiente al valle extremo. Por consiguiente se modifica también el momento correctivo. Para no recargar la exposición damos los resultados para el valle E.

El momento correctivo es 0,49  $\therefore X_{\text{apoyo intermedio}} = 209,15 - 0,49 = 208,66$ .

En esas condiciones y admitiendo que el máximo  $\sigma_T$  se da a la derecha del punto a 2,50 del apoyo, tengo, en ese punto:

$$\begin{aligned} M &= 115,16 & V &= 34,62 & T &= 122,34 \\ \text{izquierda: P.C.} &= 3 \times \frac{24}{2} + 3 \times \frac{24}{2} + \frac{32}{2} = 88 \text{ T} \\ \sigma_s &= 70,67 & \sigma_i &= 162,69 \\ \text{derecha: P.C.} &= 72 \text{ T} & \sigma_s &= 22,35 & \sigma_i &= 192,29 \\ \sigma_G &= 85,81 & \sigma_T &= 86,74 \end{aligned}$$

## Ancho de apoyos

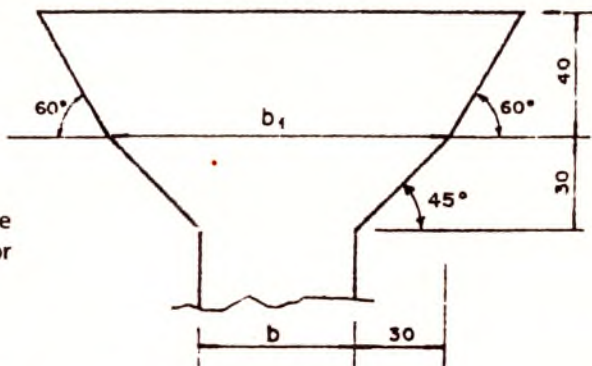
Vamos a estudiar solo el del apoyo intermedio, que queda definido por el valle extremo ya que, por ordenación arquitectónica, conviene que todos los pilares intermedios sean iguales.

$$R = 96 \text{ T} \therefore N = \frac{96,52}{2 \sin \varphi_0} = 61,90$$

Limitando la tensión de compresión a  $50 \text{ K/cm}^2$  el lado mayor del pilar + ancho cartelas +  $2 \times \frac{40 \text{ cm}}{\tan 60^\circ}$  debe ser  $\geq \frac{61900}{50 \times 6,3} = 196,5$

$$\therefore b_1 \sim 150 \therefore b = 90$$

En el ancho  $b_1$  no hay problema ya que puede ser  $\sigma = 100 \text{ K/cm}^2$   $\therefore$  el espesor real es mucho mayor del necesario.



## 3. MOMENTOS DEBIDOS A LOS $e \Delta T$

Procediendo como en los ejemplos 1 y 2 calculamos los momentos de empotramiento en los nudos (cálculo que no reproducimos aquí), y, en la Fig. E.3.6 los momentos, cortantes y fuerzas horizontales finales.

Como aclaración: En el arco EF, que suponemos articulado en F en los Cross, tendríamos, si fuera doblemente empotrado y para el Cross 1:

$$X_E = (0,0415 \times 1094 - 0,0178 \times 1357)10 = 212$$

$$X_F = (0,0178 \times 1094 - 0,0415 \times 1357)10 = -368$$

Luego, liberando el apoyo F, tengo en E:

$$X_E = 212 - 368 \times 0,33341 = 89$$

Procedemos de manera análoga para calcular  $X_E$  en los demás casos.

Con los datos de las Figs. E.3.3 y E.3.6 hacemos los cuadros siguientes:

1.  $M\varphi$  y  $N\varphi$  debidos a los e.  $\Delta \mathcal{C}$  en la zona 1 entre apoyos.
  2.  $M\varphi$  y  $N\varphi$  debidos a los e.  $\Delta \mathcal{C}$  en la zona que llamamos 1' a 6 mts. del apoyo del volado.
  3.  $M\varphi$  y  $N\varphi$  debidos a los e.  $\Delta \mathcal{C}$  en la zona que llamamos 1'' en el extremo del volado.
- Como p/2 usamos los valores del Cross de los pesos.

#### 4. MOMENTOS EN LAS ZONAS 1, 1' y 1''

Obtenidos los  $M\varphi$  y  $N\varphi$  debidos a los e.  $\Delta \mathcal{C}$  los tabulamos en el cuadro de la Fig. E.3.7 y los representamos en los diagramas de la Fig. E.3.8, que usaremos en el cálculo de los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  de apoyo, y que muestran que las diferencias se dan en el arco EF y en el nudo E del OE. En la fig. E.3.9 tabulamos los  $M\varphi$  y  $N\varphi$  debidos a los pesos y en la Fig. E.3.10 los  $M\varphi$ ,  $N\varphi$  totales para las zonas 1, 1' y 1''. La inspección del cuadro muestra que, para estas zonas no se tendrían dificultades de dimensionado.

#### 5. CALCULO DE: $\frac{y_c}{f_c}$

La carga de todos los valles intermedios (y por tanto su  $\frac{y_c}{f_c}$ ) es la misma; dibujamos  $y_c/f_c$  en la fig. E.3.11.

Para el valle extremo la carga es variable;  $y_c/f_c$  se dibuja en la fig. E.3.12, obtenida con el programa general que hemos hecho a partir de las expresiones de Hétényi en que es fácil tomar en cuenta las cargas variables considerando una carga constante de 2,84 T/m, y, en la zona del volado, cargas de sentido contrario a esta, que reproduzcan, con la aproximación que deseemos, el triángulo de cargas de valor cero sobre el apoyo y  $2,84 - 2 = 0,84$  T/m. sobre el extremo del volado.

Procediendo como en los ejemplos anteriores determinamos los  $\frac{y_c}{f_c}$  medios de las zonas de apoyo, correspondientes a los apoyos M y N, que son los que analizaremos.

El ancho en que consideramos los  $M\varphi$  y  $N\varphi$  medios de las franjas de apoyo M y N es:

$$1,50 + 2 \times \frac{10}{3,5} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 4,80$$

El carácter aproximado de nuestro método de cálculo se pone aquí de nuevo de manifiesto por las consecuencias que trae el no ser constante la carga del valle extremo F.

Sobre el apoyo M, deberíamos multiplicar los  $M\varphi$  y  $N\varphi$  de la franja básica, por el  $(1 - y_c/f_c)$  de la fig. E.3.11, para todos los momentos entre la clave del arco EF y A y por el  $(1 - y_c/f_c)$  de la fig. E.3.12 para el medio arco extremo.

Como vemos, las diferencias no son importantes y lo que hacemos es usar el mayor de los dos valores multiplicando los  $M\varphi$  y  $N\varphi$ , debidos a las fuerzas internas, de la franja básica, por el mayor de los dos valores, o sea por  $1 - 5,46 = -4,46$ . Entre este valor y el correspondiente a la fig. E.3.12 hay una diferencia del 7,5%.

Análogamente, en el apoyo N usáramos el factor obtenido de la fig. E.3.12 :  $1 - 6,97 = -5,97$ . La diferencia con el valor correspondiente a la fig. E.3.11 es aquí 2,8%.

También se nos presenta una ambigüedad en lo que se refiere a qué franja básica usamos. Los diagramas de la fig. E.3.8 muestran que las diferencias no son importantes salvo en el arco EF y en el apoyo E.

Lo que hacemos aquí es también rodear el problema, tomando en cada caso el máximo valor de  $M\varphi$  del cuadro de la Fig. E.3.7 y el  $N\varphi$  correspondiente.

Para el apoyo M se ha considerado el máximo  $M\varphi$  de las cuatro franjas básicas 1, 2, 1', y 1''. Para el N se ha considerado el máximo  $M\varphi$  de las franjas básicas 1 y 2.

Cuando se tengan valores de distinto signo consignamos los máximos de uno y otro signo.

## 6. $M\varphi$ y $N\varphi$ DEFINITIVOS.

Con este criterio se han confeccionado los cuadros de la Fig. E.3.13 para el apoyo M y de la Fig. E.3.14 para el apoyo N. Al costado de cada sección hemos indicado la franja básica de la que tomamos el valor consignado en el cuadro.

El cuadro de la Fig. E.3.14 se diagrama en la Fig. E.3.15.

## 7. DIMENSIONADO DE LA FLEXION TRANSVERSAL

Dimensionaremos solo la franja de apoyos sobre el apoyo N. Fig. E.3.15. Considero nervios transversales de 3 cm.

### Arco DE.

Apoyo D: Verificamos el punto a 40 cm. de D donde  $M\varphi = 800$   $N\varphi = 11000$ .

Pongo abajo  $Fe = \emptyset 10/28 = 2,804$   $Fe' = \emptyset 4,2/15 + \emptyset 6/30 = 1,867$ .

$\sigma_b = 85$   $\sigma_e = 1855$ .

Apoyo E: Define el momento correspondiente al arco EF.

$M\varphi = 500$   $N\varphi = 10\ 1,3$

$Fe = \emptyset 6/28 = 1,011$   $Fe' =$  que en el apoyo D.

$\sigma_b = 63$   $\sigma_e = 1416$

Max.  $> 0$   $M\varphi = 850$   $N\varphi = -2000$ .

$Fe = \emptyset 16/28 = 7,18$   $Fe' = 0,9236$

$l = 6$   $\sigma_b = 65$   $\sigma_e = 1795$

Max.  $< 0$  en el riñón derecho.  $M\varphi = -1080$ .  $N\varphi = 7100$ , que coexisten con  $\sigma_T = 86,74$  correspondiente al valle E:

$\therefore N = 7,1 - 86,74 \times 0,0704 = 0\ 1,994$

Llevamos la altura a 11 cm.\*

$Fe = \emptyset 10/15 + \text{malla} = 6,157$   $Fe' = \emptyset 6/28 = 1,011$

$\sigma_b = 75$   $\sigma_e = 2020$

En el riñón izq.  $M\varphi = -660$   $N\varphi = 6800$  que coexisten con el  $\sigma_T$  del valle genérico = 88,91.

$\therefore N = 6,8 - 88,91 \times 0,0704 = 0\ 1,541$

Llevamos la altura a 11 cm.\* y refuerzo la malla con  $\emptyset 8/15$ :  $Fe = \emptyset 8/15 + \text{malla} = 4,277$   $Fe' = 1,011$

$\sigma_b = 52$   $\sigma_e = 1749$

### Arco EF

Apoyo F:  $M\varphi = -223$   $N\varphi = 14000$ . Pequeña excentricidad.

Verificación innecesaria.

En el volado  $M\varphi = -223$   $Fe = 1,17 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

Max.  $> 0$   $M\varphi = 1390$   $N\varphi = -3000$ .

Aumento la altura 1,5 cm

$Fe: \emptyset 16/28 = 7,18$   $Fe' = 0,9236$   $\sigma_b = 81$ ,  $\sigma_e = 2401$   $l = 6$  para los 16

Riñón izquierdo:  $M\varphi = -440$   $N\varphi = 6900$  que coexiste con  $\sigma_T = 86,74$  del valle E  $\therefore N = 0,794$ . (Ver Fig. E.3.16 (c))

Refuerzo malla con  $\emptyset 6/15$   $Fe = 2,81$   $Fe' = 1,011$

$\sigma_b = 56$   $\sigma_e = 1813$

Riñón derecho: Max.  $< 0$   $M\varphi = -2328$   $N\varphi = 10019$  que coexiste con  $\sigma_T = 106,18$   $\therefore N = 2,544$ .

\* Ver Fig. E.3.16 (C) y Fig. E.3.17.

Hacemos el sobreespesor que indica la Fig. E.3.17 y ponemos un refuerzo de malla de  $\emptyset 10/5$  (Ver Fig. E.3.16 (c))

$$F_e = 16,6236 \quad F_e' = 1,011$$

$$\sigma_b = 75 \quad \sigma_e = 1256$$

## MOMENTOS Y PRECOMPOSICION DE LA CHAPA DE BORDE

Sea  $H_1$  el empuje horizontal, hacia adentro, debido a los e.  $\Delta \tau$  y  $H_2$  el debido a los pesos. Tendremos, si  $H$  es el empuje total hacia adentro:

$$H = (1 - \frac{y_c}{f_c}) H_1 - H_2$$

También aquí hay una indeterminación ya que  $H_1$  y  $H_2$  no son constantes a lo largo de la chapa de borde. La indeterminación se presenta en la zona del volado y en la cercanía del apoyo M. En el resto la diferencia entre las zonas 1 y 2 es tan pequeña que usamos el mayor  $H_1$  y el menor  $H_2$   $\therefore$

$$H = (1 - \frac{y_c}{f_c}) 1676 - 755$$

Usamos este valor desde  $x = 20$  hasta  $x = 72$ .

En la zona en que hay indeterminación rodeamos el problema como sigue:

Desde  $x = 12$  a  $x = 20$ :

$$H_{\max} = (1 - \frac{y_c}{f_c}) 1676 - 755$$

$$H_{\min} = (1 - \frac{y_c}{f_c}) 1428 - 814$$

donde 1428 es el  $H_1$  en 1' y 814 el  $H_2$  en 1''.

Desde  $x = 0$  a  $x = 12$ :

$$H_{\max} = (1 - \frac{y_c}{f_c}) 1676 - 755$$

$$H_{\min} = (1 - \frac{y_c}{f_c}) 1251 - 814$$

donde 1251 es el  $H_1$  en 1''.

Esto es muy desfavorable pero las consecuencias de aplicar este criterio conservador no suponen exceso importante en la p.c. o en la armadura necesarias.

El diagrama de cargas se ve en la Fig. E.3.18 y el de momentos en la Fig. E.3.19.

La suma de las reacciones de apoyo vale:

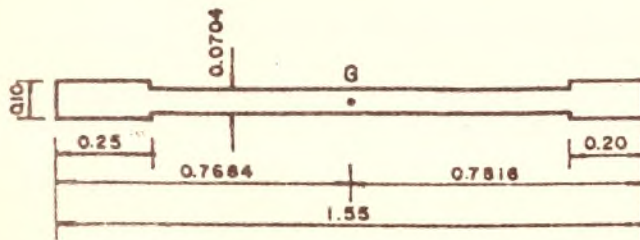
$11322 + 7860 + 14408 + 12562 + 1045 + 9435 = 56632$  K. en la hipótesis de las máximas cargas en el volado y en la zona próxima al apoyo M.

Como la suma  $(1 - \frac{y_c}{f_c}) 1676$  a lo largo de toda la viga debe ser nula, la suma de las reacciones de apoyo, 56632 K, debe ser igual a la suma de esas mismas reacciones antes de desapuntalar los valles:  $755 \times 74 = 55870$  K. Como vemos esta igualdad se cumple con gran aproximación, la diferencia es apenas 1,36%.

Como se ha visto en los ejercicios anteriores nuestro criterio ha sido tener, en los momentos máximos "de apoyo" o "de tramo" toda la sección comprimida, y, en las zonas de cambio rápido de tensiones que suponen los cables, verificar la sección como si hubiera una discontinuidad (físicamente absurda), lo que es muy desfavorable, considerarla activa aun donde hay tracciones, y absorber el sólido de estas tracciones por armadura común con tensiones bajas. En el caso del valle F y para la chapa de borde procederemos de manera sustancialmente análoga; la diferencia será que las tracciones que pueden admitirse en el hierro serán mayores,

pudiendo llegarse (lo que no suele suceder en la práctica) a las permitidas para el hierro torsionado que usamos, 2400 K/cm<sup>2</sup> como máximo. Esta manera de proceder se justifica porque las solicitaciones que se usan en el cálculo con el que se rodea el problema real, son claramente mayores que las que efectivamente se producen.

La chapa de borde puede asimilarse al esquema siguiente:



$$F_e \text{ interior} = 1 \text{ } 19$$

$$F_e \text{ exterior} = 2 \text{ } 12$$

$$\Omega = 0,1224 \quad I_g = 0,027723 \quad W_{int.} = 0,0361$$

$$W_{ext.} = 0,0355$$

1 T de p.c. adentro, a 5 cm. del borde interior, da:

$$\sigma_{int.} = \frac{1}{0,1224} + \frac{0,7184}{0,0361} = 28,0702$$

$$\sigma_{ext.} = \frac{1}{0,1224} - \frac{0,7184}{0,0355} = -12,0667$$

1 T de p.c. afuera, a 8 cm. del borde exterior, da:

$$\sigma_{int.} = \frac{1}{0,1224} - \frac{0,7016}{0,0361} = -11,2650$$

$$\sigma_{ext.} = \frac{1}{0,1224} + \frac{0,7016}{0,0355} = 27,9333$$

En el primer tramo precisamos, para la bóveda, para tener  $\sigma_i = 0$ :  $\frac{104,28}{0,6665} \times \frac{1}{3,0971} = 50,52$  T en la viga virtual, o sea  $\frac{50,52}{2} = 25,26$  T en la arista F.

Para la chapa de borde, sin hacer la corrección del momento en N por el diagrama de momentos debido a la p.c., necesitaríamos, para tener

$$\sigma_{int.} = 0 : \frac{39,188}{0,0361} \cdot \frac{1}{28,0702} = 38,67 \text{ T.}$$

Luego, si ponemos en F un cable de 32 T + un cable de 40 T, corresponderían a la bóveda:

$\frac{25,26}{25,26 + 38,67} \times 72 = 28 \text{ T } 45$  [~ igual tonelaje que las 28 ( $\frac{32}{2} + \frac{24}{2}$ ) previstas inicialmente y ~ igualmente distribuidas ( $\frac{40}{32} = 1,25$ ,  $\frac{32}{24} = 1,33$ )] y 43,55 T para la viga distribuidas en un cable de  $\frac{32}{72} \times 43,55 = 19,35$  correspondientes al de 32 T y otro de 24,20 correspondientes al de 40 T.

En el diagrama tendremos un momento absorbido de  $\frac{43,55}{38,67} \times 39,188 = 44,13$  Tm. del que corresponden 19,61 Tm al cable de 32 T y 24,52 al cable de 40 T.

En el 2º tramo precisamos para la bóveda, con  $\sigma_i = 0$ ,  $\frac{199,52}{0,6665} \cdot \frac{1}{3,0971} = 96,66$  T en la viga virtual, o sea  $\frac{96,66}{2} = 48,33$  T en F.

Para la chapa de borde, sin corregir el momento en N,  $\frac{62,039}{0,0361} \cdot \frac{1}{28,0702} = 61,22 \text{ T}$ .  
 Luego si ponemos en F: 3 cables de 32 T + 1 cable de 24 = 120 T, le corresponden a la bóveda:  
 $\frac{48,33}{48,33 + 61,22} \times 120 = 52,94 \text{ T}$  ( $\sim$  igual tonelaje que el previsto inicialmente:  $\frac{32}{2} + 3 \times \frac{24}{2} = 52 \text{ T}$ ) y a la chapa de borde 67,06, de las que corresponden a cada cable de 32 T, 17,88 T y al de 24 T, 13,41 T. Ponemos el cable de 24 T en la clave del diagrama de momentos.\*

En el diagrama tendremos un momento absorbido de  $\frac{67,06}{61,22} 62,039 = 67,96 \text{ T.m}$  del que corresponden 18,12 T.m a cada cable de 32 T y 13,60 T.m al cable de 24 T.

Estos valores se modificarán, al corregir el momento en N debido a la p.c., pero partimos de ellos para calcular el valor del momento corrector. Determinamos su valor teniendo en cuenta que son los mismos los puntos de anclaje ya fijados para la bóveda en la arista F. Para las zonas de apoyo M y N el andamio de los cables se ve en la Fig. E.3.19. Para fijar la p.c. en M, y por consiguiente el momento absorbido procedemos así: Para tener  $\sigma_{\text{ext.}} = 0$  en el caso del máximo momento 49,743 necesitaríamos  $\frac{49,743}{0,0355} \cdot \frac{1}{27,9333} = 50,16$ . Como la hipótesis de que el momento sea 49.743 es una hipótesis extrema y en la realidad se dará un momento menor, ponemos 48 T de p.c. a los que corresponde un momento de  $\frac{48}{50,16} \times 49,743 = 47,60$ .

En el caso del apoyo N se precisarán:  $\frac{73,781}{0,0355} \cdot \frac{1}{27,9333} = 74,40$  y ponemos 3 cables de 24 T

con lo que absorbe un momento de:  $\frac{72}{74,40} \times 73,781 = 71,40$ . Luego, el momento corrector será el que iguale los giros en N provocados por el diagrama de momentos de la Fig. E.3.20.

En MN y hacia adentro:

$$\Theta_N = \left\{ 47,60 \left[ \frac{1,5^2}{2} + \frac{7 - 1,5}{2} \left( \frac{7 - 1,5}{3} + 1,5 \right) \right] + 71,40 \left[ 1,7 \left( 30 - \frac{1,7}{2} \right) + \frac{8 - 1,7}{2} \left( 30 - 1,7 - \frac{8 - 1,7}{3} \right) \right] - 19,61 \times 17,5 \left( 5 + \frac{17,5}{2} \right) - 24,52 \times 13 \left( 7 + \frac{13}{2} \right) \right\} \frac{1}{30 \text{ E.I.}} = \frac{29,96}{\text{E.I.}}$$

En NP y hacia afuera:

$$\Theta_N = \left\{ 18,12 \left[ 24 \left( 0,5 + \frac{24}{2} \right) + 21,8 \left( 1,2 + \frac{21,8}{2} \right) + 18,5 \left( 3 + \frac{18,5}{2} \right) \right] + 13,6 \times 13,5 \left( 5 + \frac{13,5}{2} \right) - 71,40 \left[ 1,7 \left( 30 - \frac{1,7}{2} \right) + \frac{7 - 1,7}{2} \left( 30 - 1,7 - \frac{7 - 1,7}{3} \right) \right] \right\} \times \frac{1}{30 \text{ E.I.}} = \frac{264,03}{\text{E.I.}}$$

\* Habría que hacer la verificación de los puntos de corte de la bóveda con las toneladas para cada cable que resultan de lo que antecede.

Luego si X es un momento que comprime afuera:

$$29,96 + \frac{X \cdot 1}{3} = 264,03 - \frac{X \cdot 1}{3} \therefore X = \frac{264,03 - 29,96}{20} = 11,70$$

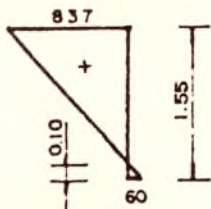
y habrá que superponer al diagrama de la Fig. E.3.19 el diagrama triangular dibujado en punto y raya.

Apoyo M  $M_{\max.} = 49,743$

Ponemos 48 T de p.c.

$$\sigma_{\text{int.}} = \frac{49,743}{0,0361} - 48 \times 11,265 = 837 \text{ T/m}^2$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = -\frac{49,743}{0,0355} + 48 \times 27,9333 = -60 \text{ T/m}^2$$



$$\text{Tracción} \approx 60 \times \frac{0,10}{2} \times 0,1 = 0,3 \text{ T} \therefore$$

$$\sigma_e = 0,13 \text{ T/cm}^2$$

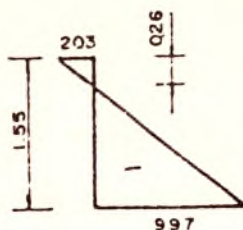
$$M_{\min.} = 12,202$$

$$\sigma_{\text{int.}} = \frac{12,202}{0,0361} - 48 \times 11,265 = -203$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = -\frac{12,202}{0,0355} + 48 \times 27,9333 = 997$$

$$\text{Tracción} = 203 \times \frac{0,26}{2} \times 0,1 = 2,66 \therefore$$

$$\sigma_e = 0,94 \text{ T/cm}^2$$



Apoyo N:  $M_{\max} = 73,781 - 11,3 = 62,48$

Ponemos 72 T de p.c.  $\therefore$

$$\sigma_{\text{int.}} = \frac{62,48}{0,0361} - 72 \times 11,265 = 920$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = -\frac{62,48}{0,0355} + 72 \times 27,9333 = 251$$

$$M \text{ min a } 1,70 \text{ del apoyo (sacado gráficamente)} = 62,5 - 11 = 51,5 \quad \sigma_{\text{int.}} = 893 \quad \sigma_{\text{ext.}} = 279.$$

Tramo MN. Al variar el momento de empotramiento con el momento correctivo  $X = 11,70$  T.m varía el momento de los tramos y por consiguiente la proporción de las toneladas de p.c., puestas en la arista F que corresponden a la bóveda y las que corresponden a la chapa de borde lo que nos llevaría a un nuevo X. Aunque este cálculo de aproximaciones sucesivas converge enseguida, no se justifica, ya que, a esta altura, el lector debe haber adquirido el convencimiento de la elasticidad que tiene el resultado del dimensionado realizado como venimos explicando.

Supondremos pues, en ambos tramos, las precompresiones que, en valor y posición, aparecen en la Fig. E.3.20.

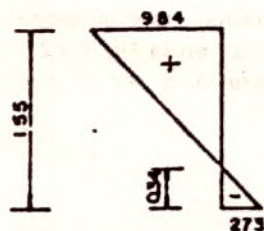
$M_{\max.} = 44,3$ , sacado gráficamente

$$\sigma_{\text{int.}} = -\frac{44,3}{0,0361} + 44,13 \times 28,0702 = 11,59$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = \frac{44,3}{0,0355} - 44,13 \times 12,0667 = 715$$

El mínimo momento para el que se tiene la máxima p.c., 44,13 T lo sacamos de la curva de trazo lleno, a 7 m. del apoyo M, y vale sacado gráficamente, de la Fig. E.3.19, 9,2 T.m.

$$\sigma_{\text{int.}} = 984 \quad \sigma_{\text{ext.}} = -273$$



Tracción  $< 273 \times \frac{0,34}{2} \times 0,1 = 4,64 \text{ T}$  ( $<$  ya que suponemos todo el espesor de 10 cm. cuando parte es de 7 cm. 04)

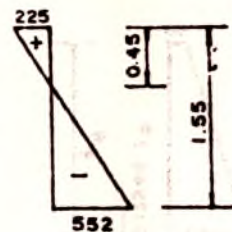
Con la armadura mínima prevista, 2  $\phi$  12  
 $\sigma_e = 2,05 \text{ T/cm}^2$ .

El máximo momento para el que se tiene la p.c. de 19,61, lo sacamos gráficamente de la curva punteada (Fig. E.3.19), a 10 m. del apoyo N y vale 28 T.m.

$$\sigma_{\text{int.}} = -\frac{28}{0,0361} + 19,61 \times 28,0702 = -225$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = \frac{28}{0,0355} - 19,61 \times 12,0667 = 552$$

$$\text{Tracción} < 225 \times \frac{0,29}{2} \times 0,1 = 3,26 \quad \sigma_e = 1,15$$



En el punto a 5 m. del apoyo M, tenemos, según el diagrama de momentos que se considere:

Curva de trazo lleno: momento resistido por la p.c. prevista para resistir el momento sobre el apoyo M.

Curva de trazo punteado: M = 12 con p.c. = 0

$$\sigma_b = 49, \text{ Fe} = 3,62 \quad \sigma_e \sim 1,28$$

Tramo NP. Máximo momento = 67 T.m P.C. = 67,96

$$\sigma_i = 26,43$$

Para las verificaciones que siguen ver Figs. E.3.19 y 20.

**Punto 1.** M trazo lleno  $\sim 0$ , M punteado resistido por p.c. prevista sobre apoyo N.

**Punto 2.** izq. Max M = 15,2 P.C. = 18,12  $\sigma_{\text{int.}} = 87,58$  derecha: Min M = 11,7

$$\text{P.C.} = 18,12 \times 2 = 36,24 \quad \sigma_{\text{int.}} = 693$$

$$\sigma_{\text{ext.}} = -108 \quad \text{Tracción} = 1,13 \quad \sigma_e = 400 \text{ K/cm}^2$$

**Punto 3.** izq. Max M = 29 P.C. = 36,24  $\sigma_{\text{int.}} = 214$  derecha: M min. = 25,5

$$\text{P.C.} = 18,12 \times 3 = 54,36 \quad \sigma_{\text{ext.}} = 62$$

**Punto 4.** izq. Mmax = 47,5 P.C. = 54,36  $\sigma_{\text{int.}} = 210$  derecha: M min. = 44,5

$$\text{P.C.} = 67,96 \quad \sigma_{\text{ext.}} = 433$$

**Punto 5.** M = 39,2 izq. P.C. = 67,96  $\sigma_{\text{ext.}} = 284$  derecha: P.C. = 54,86

$$\sigma_{\text{int.}} = 440$$

**Punto 6.** M = 24,8 izq. P.C. = 54,36,  $\sigma_{\text{ext.}} = 43$  derecha: P.C. = 36,24

$$\sigma_{\text{int.}} = 330$$

**Punto 7.**  $M = 10,8$  izq. P.C. = 36,24  $\sigma_{ext.} = -133$   $\sigma_{int.} = 718$  Tracción = 1,61  $\sigma_e = 710$  derecha: P.C. = 18,12  $\sigma_{int.} = 209$   
**Punto 8.**  $M = 8$  izq. P.C. = 18,12  $\sigma_{ext.} = 7$  derecha: P.C. = 0 Verif. innecesaria, ya vimos que con  $M = 12$ ,  $\sigma_e = 1,28$

Como comentario final de estas verificaciones reiteramos que el proceso de dimensionado explicado aquí tiene gran elasticidad y el comportamiento de las estructuras construidas responde a las previsiones del cálculo.

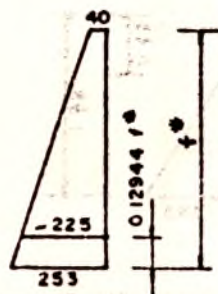
## 8. MOMENTOS $M_x$ EN LAS BANDAS

Estudiaremos solo los que se producen, en la clave de la bóveda extrema, sobre el apoyo N, que, sacados del mismo programa con que determinamos  $y_c / f_c$ , se dibujan en la Fig. E.3.21, usando, de acuerdo a la observación ya hecha en el ejemplo 2, la mayor p, o sea la que corresponde al valle extremo F.

De la observación del diagrama se ve que es conservador tomar

$$M_x = \frac{2,1665}{2} \sim 1,08 \text{ Tm.}$$

Este momento coexiste con  $N_x$  que obtenemos del diagrama de  $\sigma$  adjunto, obtenido recordando que  $X_N = 259,52$  y la p.c. = 136. T



$$\sigma_i = - \frac{259,52}{0,7897} + 136 \times 2,7118 = 40$$

$$\sigma_e = \frac{259,52}{0,6665} - 136 \times 1,0011 = 253$$

Luego tendremos:

$$\text{Clave: } M_x = 1,08 \text{ Tm} \quad N = 2,82 \text{ T}$$

$$\text{Tengo } h_{\text{total}} = 11,5 \text{ Pongo } 16/27 = 7,1821$$

$$h_{\text{útil}} = 10 - \frac{0,6}{2} - \frac{1,6}{2} = 8,9 \quad h' = 1,5$$

$$Fe' = 0,9236 \quad \sigma_b = 81 \quad \sigma_e = 1756$$

En la zona de los puntos 2 y 3, tendremos (ver c.8)  $M_x = 1,08 \times 0,7513 = 0,81$  para el punto 2, extendiendo afuera.

Del diagrama de tensiones sacamos que, en correspondencia con el punto 2.

$$\sigma = 225,43 \quad N = 225,43 \times 0,0704 = 15,87 \text{ T.}$$

Uso el espesor de 0,0704 para ser coherente con el valor que he usado en todo el cálculo y con el que calculé  $\sigma$  en el punto 2.

Para el dimensionado tengo en cuenta el sobreespesor que (ver Fig. E.3.17) lleva la altura en el punto 2 a  $8,5 + 4 = 12,5$   $Fe = 0,9236$   $Fe' = 1,0481$  Ver Fig. E.3.16 (C)

$$\text{Verificado da } \sigma_b = 47 \quad \sigma_e = 583$$

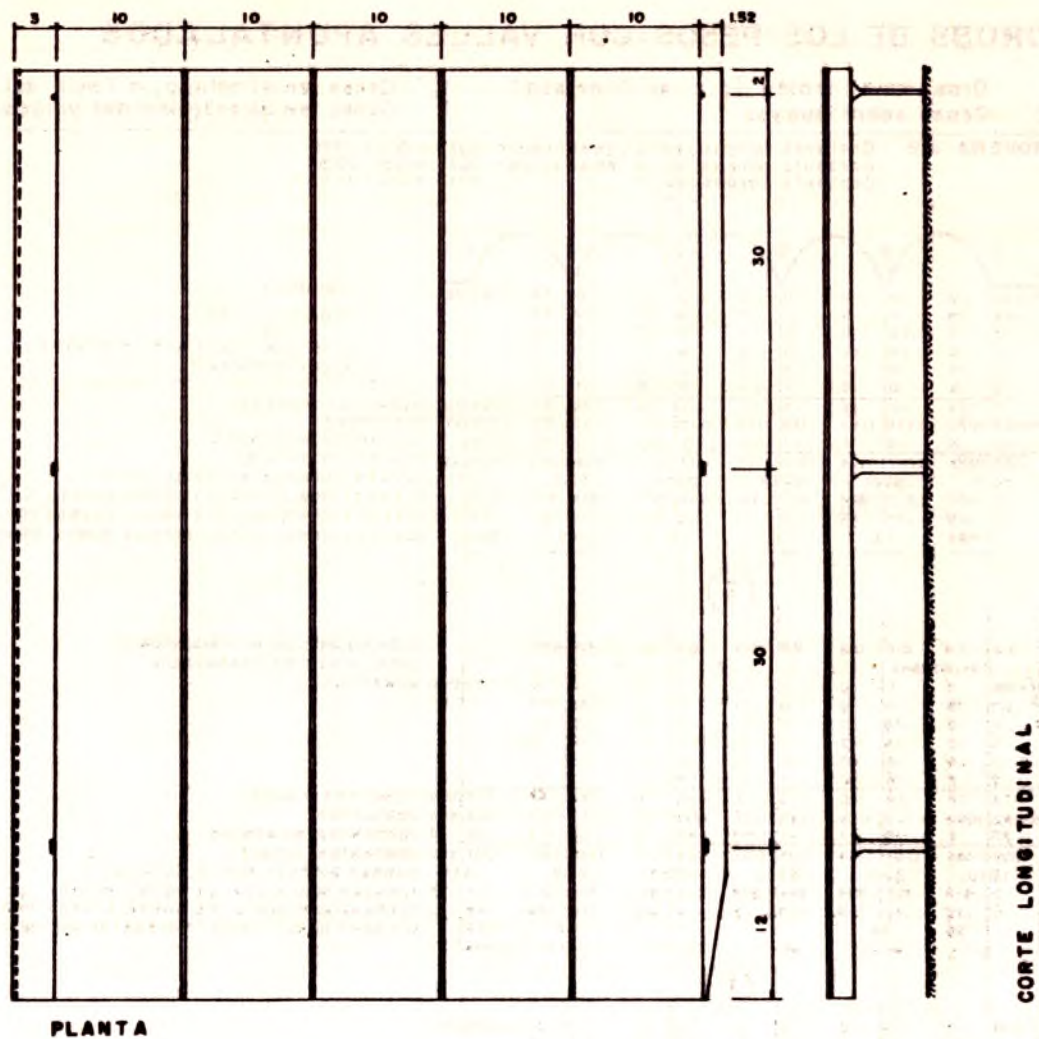


Figura E.3.1

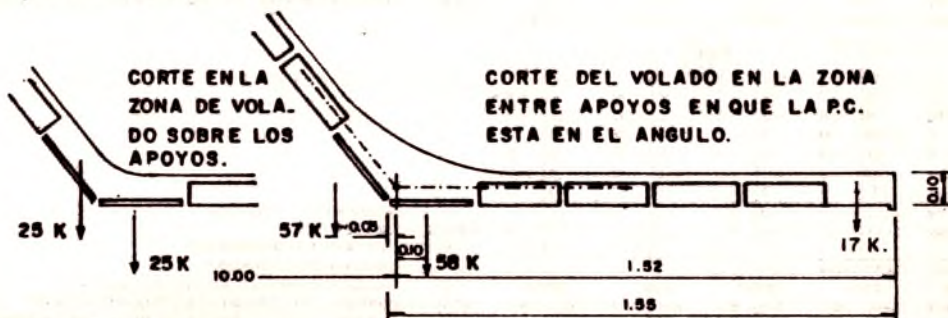
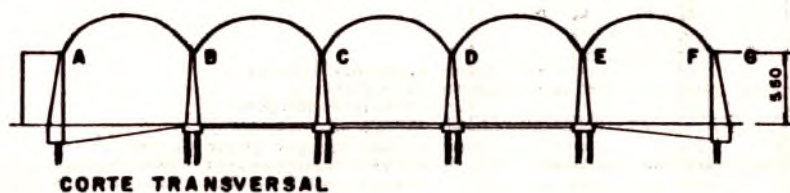
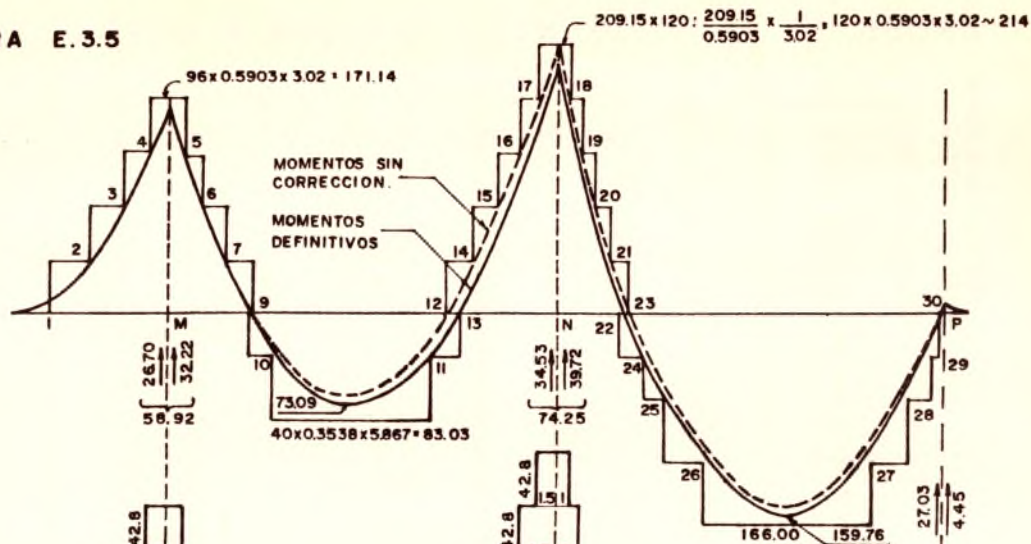


Figura E.3.2

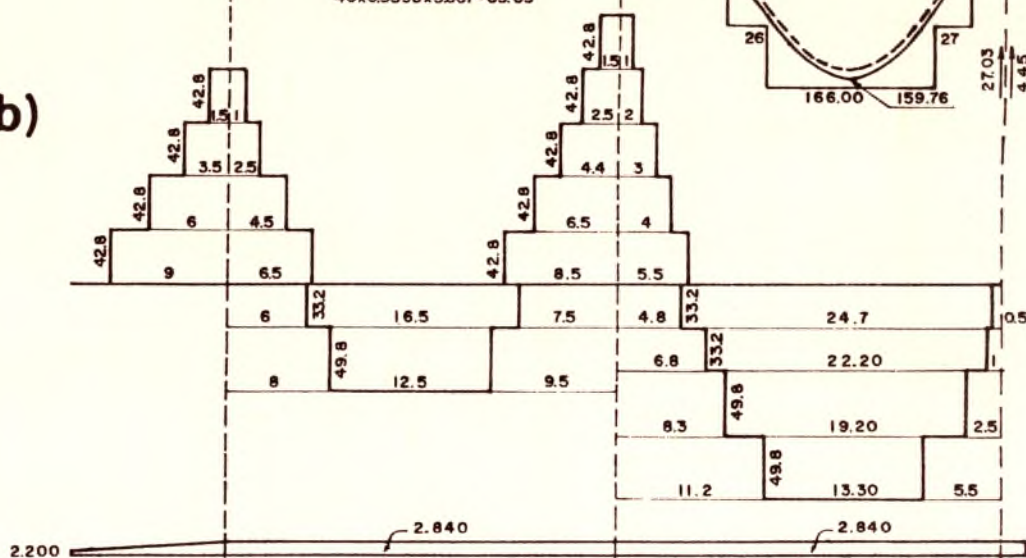


FIGURA E.3.5

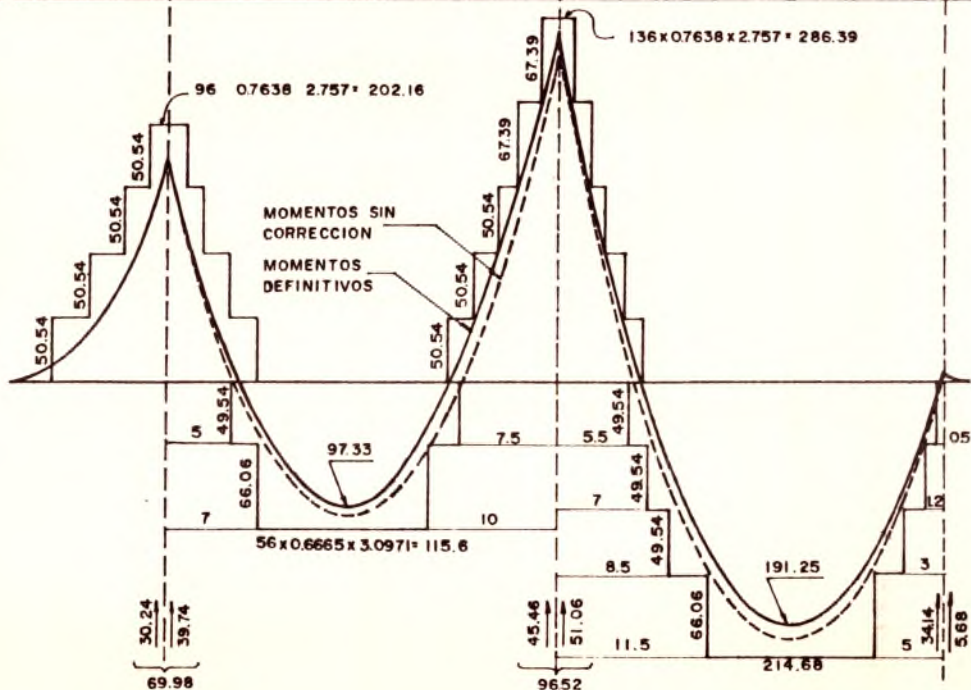
(a)



(b)



(c)



# CROSS DE LOS MOMENTOS DEBIDOS A LOS $e \Delta \tau$

- 1 : Cross en el tramo (p.c. en la arista)  
 2 : Cross sobre apoyos  
 1' : Cross en el volado, a 7 mts. del apoyo  
 1'' : Cross en el extremo del volado

(1)

|      | A    | B    | C    | D    | E    | F    |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0    | 390  | -208 | 265  | -265 | 265  | -265 | 70   |
| -234 | -156 | -28  | -29  | 0    | 0    | 0    | 103  |
| 0    | 9    | 52   | 0    | 10   | 0    | 0    | -34  |
| -5   | -4   | -26  | -26  | -5   | -5   | 17   | 17   |
| 0    | 9    | 1    | 2    | 9    | -6   | 2    | 0    |
| -5   | -4   | -1   | -2   | -2   | -1   | -1   | 3    |
| -244 | 244  | -210 | 210  | -255 | 255  | -247 | 247  |
|      | 1453 | 1068 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 |
| -81  | -3   | 3    | 4    | -4   | -1   | 1    | -8   |
| -81  | 1450 | 1071 | 1117 | 1109 | 1112 | 1114 | 1105 |
| 1369 |      | 2188 | 2221 |      | 2219 |      | 2156 |
| 0    | 1625 | 1132 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 |
| 0    | 102  | 102  | 104  | 104  | 112  | 112  | 92   |
| 1727 |      | 88   |      | 8    |      | 20   | 160  |
|      |      |      |      |      |      |      | 1676 |

MOMENTOS FINALES  
 CORTANTES  
 CORTANTES MOMENTOS  
 CORTANTES TOTALES  
 CARGAS BOVEDAS SOBRE EL VALLE ↑  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA POR MOMENTOS  
 FUERZAS HORIZ. TOTAL BOVEDA SOBRE NUDO

2

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0    | 363  | -219 | 265  | -265 | 265  | -265 | 265  | -265 | 89   |      |
| -218 | -145 | -23  | -23  | 0    | 0    | 0    | 0    | 93   | 83   |      |
| 0    | 8    | 48   | 0    | 8    | 0    | 0    | -31  | 0    | 0    |      |
| -5   | -3   | -24  | -24  | -4   | -4   | 16   | 15   | 0    | 0    |      |
| 0    | 8    | 1    | 1    | 8    | -5   | 1    | 0    | -5   | 0    |      |
| -5   | -3   | -1   | -1   | -2   | -1   | -1   | 0    | 3    | 2    |      |
| -228 | 228  | -218 | 218  | -255 | 255  | -249 | 249  | -174 | 174  | 0    |
| 0    | 1360 | 1076 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1060 | 1391 |
| -76  | -1   | 1    | 4    | -4   | -1   | 1    | -8   | 8    | -17  | 17   |
| -76  | 1379 | 1077 | 1117 | 1109 | 1112 | 1114 | 1105 | 1121 | 1043 | 1408 |
| 1303 | 2194 | 2221 | 2219 | 2219 | 2219 | 2164 | 1408 |      |      |      |
| 3.5  | 1.2  | ~0   | ~0   | 2.1  | 3.6  |      |      |      |      |      |
| 0    | 1538 | 1149 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1129 | 1552 |
| 0    | 100  | 100  | 106  | 106  | 113  | 113  | 95   | 95   | 39   | 39   |
| 1638 | 75   | 7    | 18   | 145  | 1591 |      |      |      |      |      |

MOMENTOS FINALES  
 CORTANTES  
 CORTANTES MOMENTOS  
 CORTANTES TOTALES  
 CARGAS BOVEDAS SOBRE EL VALLE ↑  
 DIFERENCIAS EN % CON LAS CARGAS DEL CROSS DE LOS PESOS  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA POR MOMENTOS  
 FUERZAS HORIZ. TOTAL BOVEDA SOBRE NUDO

(1')

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |  |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
| 0    | 363  | -219 | 265  | -265 | 265  | -265 | 265  | -265 | 134  |      |  |
| -218 | -145 | -23  | -23  | 0    | 0    | 0    | 0    | 69   | 62   |      |  |
| 0    | 8    | 48   | 0    | 8    | 0    | 0    | -23  | 0    | 0    |      |  |
| -5   | -3   | -24  | -24  | -4   | -4   | 11   | 12   | 0    | 0    |      |  |
| 0    | 8    | 1    | 1    | 8    | -4   | 1    | 0    | -4   | 0    |      |  |
| -5   | -3   | -1   | -1   | -2   | -2   | -1   | 0    | 2    | 2    |      |  |
| -228 | 228  | -218 | 218  | -255 | 255  | -254 | 254  | -198 | 198  | 0    |  |
| 0    | 1360 | 1076 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1089 | 1252 |  |
| -76  | -1   | 1    | 4    | -4   | 0    | 0    | -6   | 6    | -20  | 20   |  |
| -76  | 1379 | 1077 | 1117 | 1109 | 1113 | 1113 | 1107 | 1119 | 1069 | 1272 |  |
| 1303 |      | 2194 |      | 2222 |      | 2220 |      | 2188 |      | 1272 |  |
| 1538 | 1149 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1177 | 1384 |      |  |
| 100  | 100  | 106  | 106  | 114  | 114  | 101  | 101  | 44   | 44   |      |  |
| 1638 | 75   |      | 8    |      | 13   |      | 98   |      | 1428 |      |  |

MOMENTOS FINALES  
 CORTANTES  
 CORTANTES MOMENTOS  
 CORTANTES TOTALES  
 CARGAS BOVEDAS SOBRE EL VALLE ↑  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA POR MOMENTOS  
 FUERZAS HORIZ. TOTAL BOVEDA SOBRE NUDO

(1'')

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0    | 363  | -219 | 265  | -265 | 265  | -265 | 265  | -265 | 180  |      |
| -218 | -145 | -23  | -23  | 0    | 0    | 0    | 0    | 45   | 40   |      |
| 0    | 8    | 48   | 0    | 8    | 0    | 0    | -15  | 0    | 0    |      |
| -5   | -3   | -24  | -24  | -4   | -4   | 7    | 8    | 0    | 0    |      |
| 0    | 8    | 1    | 1    | 8    | -2   | 1    | 0    | -3   | 0    |      |
| -5   | -3   | -1   | -1   | -3   | -3   | -1   | 0    | 2    | 1    |      |
| -228 | 228  | -218 | 218  | -256 | 256  | -258 | 258  | -221 | 221  | 0    |
| 0    | 1380 | 1076 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1113 | 1100 |
| -76  | -1   | 1    | 4    | -4   | 0    | 0    | -4   | 4    | -20  | 20   |
| -76  | 1379 | 1077 | 1117 | 1109 | 1113 | 1113 | 1109 | 1117 | 1093 | 1120 |
| 1303 | 2194 | 2222 | 2222 | 2222 | 2222 | 2222 | 2222 | 2222 | 2222 | 1120 |
| 1538 | 1149 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1218 | 1219 | 1202 |
| 0    | 100  | 100  | 106  | 106  | 115  | 115  | 107  | 107  | 49   | 49   |
| 1638 | 75   | 9    | 8    | 57   | 1251 |      |      |      |      |      |

MOMENTOS FINALES  
 CORTANTES  
 CORTANTES MOMENTOS  
 CORTANTES TOTALES  
 CARGAS BOVEDAS SOBRE EL VALLE ↑  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA  
 FUERZAS HORIZONTALES SOBRE BOVEDA POR MOMENTOS  
 FUERZAS HORIZ. TOTAL BOVEDA SOBRE NUDO

Figura E.3.6

# MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS e A Z

## ZONA 1 (entre apoyos)

|    | MOMENTOS |      |      |      |         | FUERZAS DIRECTAS |     |       |       |         |
|----|----------|------|------|------|---------|------------------|-----|-------|-------|---------|
|    |          |      |      |      | M TOTAL |                  |     |       |       | N TOTAL |
| 0  | -247     | 0    | 0    | 0    | -247    | -15              | -36 | -1914 | 290   | -1675   |
| 1  | -212     | 10   | 200  | -75  | -77     | -18              | -37 | -1844 | 296   | -1603   |
| 2  | -145     | 27   | 415  | -194 | 103     | -25              | -39 | -1389 | 309   | -1144   |
| 3  | -82      | 38   | 397  | -261 | 92      | -34              | -40 | -741  | 318   | -497    |
| 4  | -27      | 40   | 216  | -260 | -31     | -43              | -40 | -138  | 317   | 96      |
| 5  | 18       | 31   | -8   | -176 | -135    | -52              | -39 | 229   | 301   | 439     |
| 6  | 47       | 12   | -175 | -8   | -124    | -58              | -35 | 299   | 230   | 436     |
| 7  | 60       | -18  | -259 | 218  | 1       | -60              | -29 | 316   | -139  | 88      |
| 8  | 57       | -55  | -260 | 400  | 142     | -60              | -23 | 316   | -745  | -512    |
| 9  | 41       | -97  | -193 | 417  | 168     | -58              | -17 | 307   | -1397 | -1165   |
| 10 | 16       | -142 | -74  | 201  | 1       | -55              | -12 | 295   | -1854 | -1626   |
| E  | 0        | -165 | 0    | 0    | -165    | -54              | -10 | 288   | -1925 | -1701   |
|    | -165     | 0    | 0    | 0    | -165    | -10              | 0   | -1887 | 370   | -1527   |
| 1  | -142     | 0    | 197  | -95  | -40     | -12              | 0   | -1817 | 378   | -1451   |
| 2  | -97      | 0    | 409  | -247 | 65      | -17              | 0   | -1389 | 394   | -992    |
| 3  | -55      | 0    | 392  | -333 | 4       | -23              | 0   | -730  | 405   | -348    |
| 4  | -18      | 0    | 213  | -331 | -136    | -29              | 0   | -136  | 404   | 239     |
| 5  | 12       | 0    | -8   | -225 | -221    | -35              | 0   | 225   | 383   | 573     |
| 6  | 31       | 0    | -173 | -10  | -152    | -39              | 0   | 295   | 293   | 549     |
| 7  | 40       | 0    | -255 | 277  | 62      | -40              | 0   | 311   | -176  | 95      |
| 8  | 38       | 0    | -256 | 509  | 291     | -40              | 0   | 311   | -949  | -678    |
| 9  | 27       | 0    | -190 | 532  | 369     | -39              | 0   | 303   | -1780 | -1516   |
| 10 | 10       | 0    | -73  | 256  | 193     | -37              | 0   | 291   | -2362 | -2108   |
| F  | 0        | 0    | 0    | 0    | 0       | -36              | 0   | 284   | -2452 | -2204   |

## ZONA 2 (sobre apoyos)

| MOMENTOS                                                                          |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |            | FUERZAS DIRECTAS                                                                   |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|  |  |  |  | M<br>TOTAL |  |  |  |  | N<br>TOTAL |
| -249                                                                              | 0                                                                                 | 0                                                                                 | 0                                                                                 | -249       | -15                                                                                | -38                                                                                 | -1937                                                                               | 290                                                                                 | -1700      |
| -214                                                                              | 11                                                                                | 200                                                                               | -75                                                                               | -78        | -19                                                                                | -39                                                                                 | -1844                                                                               | 296                                                                                 | -1606      |
| -146                                                                              | 29                                                                                | 415                                                                               | -194                                                                              | 104        | -26                                                                                | -41                                                                                 | -1389                                                                               | 309                                                                                 | -1147      |
| -83                                                                               | 40                                                                                | 397                                                                               | -261                                                                              | 93         | -34                                                                                | -42                                                                                 | -741                                                                                | 318                                                                                 | -499       |
| -27                                                                               | 42                                                                                | 216                                                                               | -260                                                                              | -29        | -43                                                                                | -43                                                                                 | -138                                                                                | 317                                                                                 | 93         |
| 18                                                                                | 33                                                                                | -8                                                                                | -176                                                                              | -133       | -52                                                                                | -41                                                                                 | 229                                                                                 | 301                                                                                 | 437        |
| 47                                                                                | 12                                                                                | -175                                                                              | -8                                                                                | -124       | -58                                                                                | -36                                                                                 | 299                                                                                 | 230                                                                                 | 435        |
| 60                                                                                | -19                                                                               | -259                                                                              | 218                                                                               | 0          | -61                                                                                | -30                                                                                 | 316                                                                                 | -139                                                                                | 86         |
| 57                                                                                | -58                                                                               | -260                                                                              | 400                                                                               | 139        | -60                                                                                | -24                                                                                 | 316                                                                                 | -745                                                                                | -513       |
| 41                                                                                | -102                                                                              | -193                                                                              | 417                                                                               | 163        | -58                                                                                | -18                                                                                 | 307                                                                                 | -1397                                                                               | -1166      |
| 16                                                                                | -150                                                                              | -74                                                                               | 201                                                                               | -7         | -56                                                                                | -13                                                                                 | 295                                                                                 | -1854                                                                               | -1628      |
| 0                                                                                 | -174                                                                              | 0                                                                                 | 0                                                                                 | -174       | -54                                                                                | -11                                                                                 | 288                                                                                 | -1925                                                                               | -1702      |
| -174                                                                              | 0                                                                                 | 0                                                                                 | 0                                                                                 | -174       | -11                                                                                | 0                                                                                   | -1887                                                                               | 353                                                                                 | -1545      |
| -150                                                                              | 0                                                                                 | 197                                                                               | -91                                                                               | -44        | -13                                                                                | 0                                                                                   | -1817                                                                               | 360                                                                                 | -1471      |
| -102                                                                              | 0                                                                                 | 409                                                                               | -238                                                                              | 71         | -18                                                                                | 0                                                                                   | -1369                                                                               | 376                                                                                 | -1011      |
| -58                                                                               | 0                                                                                 | 392                                                                               | -316                                                                              | 16         | -24                                                                                | 0                                                                                   | -730                                                                                | 386                                                                                 | -368       |
| -19                                                                               | 0                                                                                 | 213                                                                               | -316                                                                              | -122       | -30                                                                                | 0                                                                                   | -136                                                                                | 386                                                                                 | 220        |
| 12                                                                                | 0                                                                                 | -8                                                                                | -214                                                                              | -210       | -36                                                                                | 0                                                                                   | 225                                                                                 | 366                                                                                 | 555        |
| 33                                                                                | 0                                                                                 | -173                                                                              | -10                                                                               | -150       | -41                                                                                | 0                                                                                   | 295                                                                                 | 280                                                                                 | 534        |
| 42                                                                                | 0                                                                                 | -255                                                                              | 265                                                                               | 52         | -43                                                                                | 0                                                                                   | 311                                                                                 | -168                                                                                | 100        |
| 40                                                                                | 0                                                                                 | -256                                                                              | 466                                                                               | 270        | -42                                                                                | 0                                                                                   | 311                                                                                 | -906                                                                                | -637       |
| 29                                                                                | 0                                                                                 | -190                                                                              | 508                                                                               | 347        | -41                                                                                | 0                                                                                   | 303                                                                                 | -1698                                                                               | -1436      |
| 11                                                                                | 0                                                                                 | -73                                                                               | 244                                                                               | 182        | -39                                                                                | 0                                                                                   | 291                                                                                 | -2254                                                                               | -2002      |
| 0                                                                                 | 0                                                                                 | 0                                                                                 | 0                                                                                 | 0          | -38                                                                                | 0                                                                                   | 284                                                                                 | -2340                                                                               | -2094      |

## ZONA 1' (a 7 m. del apoyo del volado)

|    | MOMENTOS |      |      |      |         | FUERZAS DIRECTAS |     |       |       |         |
|----|----------|------|------|------|---------|------------------|-----|-------|-------|---------|
|    |          |      |      |      | M TOTAL |                  |     |       |       | N TOTAL |
| 0  | -254     | 0    | 0    | 0    | -254    | -16              | -43 | -1938 | 290   | -1707   |
| 1  | -218     | 13   | 200  | -75  | -80     | -19              | -44 | -1847 | 296   | -1614   |
| 2  | -149     | 33   | 416  | -194 | 106     | -26              | -46 | -1391 | 308   | -1155   |
| 3  | -85      | 46   | 398  | -261 | 98      | -35              | -48 | -742  | 317   | -508    |
| 4  | -27      | 48   | 217  | -260 | -22     | -44              | -48 | -138  | 317   | 87      |
| 5  | 18       | 38   | -8   | -176 | -128    | -53              | -46 | 229   | 300   | 430     |
| 6  | 48       | 14   | -176 | -8   | -122    | -60              | -41 | 300   | 230   | 429     |
| 7  | 61       | -21  | -259 | 217  | -2      | -62              | -35 | 316   | -138  | 81      |
| 8  | 58       | -66  | -260 | 399  | 131     | -62              | -27 | 316   | -743  | -516    |
| 9  | 42       | -116 | -193 | 417  | 150     | -60              | -20 | 308   | -1394 | -1166   |
| 10 | 16       | -170 | -75  | 201  | -28     | -57              | -15 | 295   | -1851 | -1628   |
| E  | 0        | -198 | 0    | 0    | -198    | -55              | -12 | 289   | -1921 | -1699   |
|    | -198     | 0    | 0    | 0    | -198    | -12              | 0   | -1907 | 321   | -1598   |
| 1  | -170     | 0    | 199  | -83  | -54     | -15              | 0   | -1837 | 328   | -1524   |
| 2  | -116     | 0    | 414  | -215 | 83      | -20              | 0   | -1384 | 342   | -1062   |
| 3  | -66      | 0    | 396  | -289 | 41      | -27              | 0   | -738  | 351   | -414    |
| 4  | -21      | 0    | 216  | -268 | -93     | -35              | 0   | -137  | 351   | 179     |
| 5  | 14       | 0    | -8   | -195 | -189    | -41              | 0   | 228   | 333   | 520     |
| 6  | 38       | 0    | -175 | -9   | -146    | -46              | 0   | 298   | 255   | 507     |
| 7  | 48       | 0    | -258 | 241  | 31      | -48              | 0   | 314   | -153  | 113     |
| 8  | 48       | 0    | -259 | 442  | 229     | -48              | 0   | 315   | -824  | -557    |
| 9  | 33       | 0    | -192 | 462  | 303     | -46              | 0   | 306   | -1548 | -1286   |
| 10 | 13       | 0    | -74  | 222  | 161     | -44              | 0   | 294   | -2052 | -1802   |
| F  | 0        | 0    | 0    | 0    | 0       | -43              | 0   | 287   | -2130 | -1886   |

## ZONA 1" (en el extremo del volado)

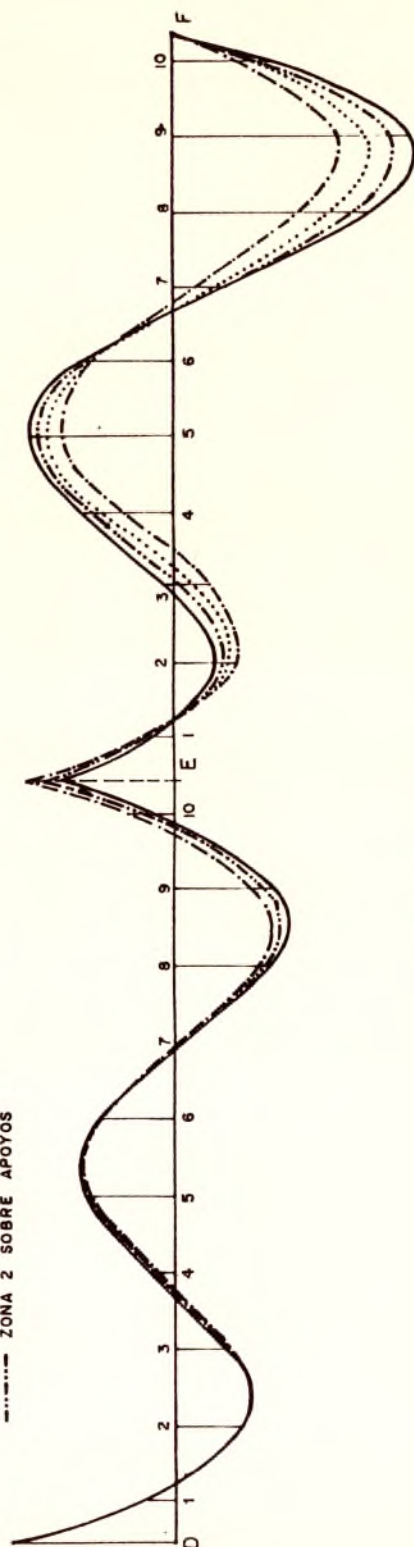
| MOMENTOS                                                                            |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |            | FUERZAS DIRECTAS                                                                    |                                                                                     |                                                                                       |                                                                                       |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|  |  |  |  | N<br>TOTAL |  |  |  |  | N<br>TOTAL |
| -258                                                                                | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | -258       | -16                                                                                 | -48                                                                                 | -1919                                                                                 | 289                                                                                   | -1694      |
| -222                                                                                | 14                                                                                  | 200                                                                                 | -75                                                                                 | -83        | -19                                                                                 | -49                                                                                 | -1849                                                                                 | 296                                                                                   | -1621      |
| -152                                                                                | 37                                                                                  | 416                                                                                 | -194                                                                                | 107        | -27                                                                                 | -52                                                                                 | -1393                                                                                 | 308                                                                                   | -1164      |
| -86                                                                                 | 51                                                                                  | 398                                                                                 | -260                                                                                | 103        | -35                                                                                 | -54                                                                                 | -743                                                                                  | 317                                                                                   | -515       |
| -28                                                                                 | 53                                                                                  | 217                                                                                 | -259                                                                                | -17        | -45                                                                                 | -54                                                                                 | -138                                                                                  | 316                                                                                   | 79         |
| 18                                                                                  | 42                                                                                  | -8                                                                                  | -176                                                                                | -124       | -54                                                                                 | -52                                                                                 | 229                                                                                   | 300                                                                                   | 423        |
| 49                                                                                  | 16                                                                                  | -176                                                                                | -8                                                                                  | -119       | -60                                                                                 | -46                                                                                 | 300                                                                                   | 229                                                                                   | 423        |
| 62                                                                                  | -24                                                                                 | -259                                                                                | 217                                                                                 | -4         | -63                                                                                 | -39                                                                                 | 316                                                                                   | -138                                                                                  | 76         |
| 59                                                                                  | -74                                                                                 | -260                                                                                | 398                                                                                 | 123        | -63                                                                                 | -30                                                                                 | 317                                                                                   | -743                                                                                  | -519       |
| 43                                                                                  | -130                                                                                | -194                                                                                | 416                                                                                 | 135        | -60                                                                                 | -23                                                                                 | 308                                                                                   | -1393                                                                                 | -1168      |
| 16                                                                                  | -190                                                                                | -75                                                                                 | 200                                                                                 | -49        | -58                                                                                 | -16                                                                                 | 296                                                                                   | -1848                                                                                 | -1626      |
| 0                                                                                   | -221                                                                                | 0                                                                                   | 0                                                                                   | -221       | -56                                                                                 | -14                                                                                 | 289                                                                                   | -1919                                                                                 | -1700      |
| -221                                                                                | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | -221       | -14                                                                                 | 0                                                                                   | -1918                                                                                 | 286                                                                                   | -1646      |
| -190                                                                                | 0                                                                                   | 200                                                                                 | -74                                                                                 | -64        | -16                                                                                 | 0                                                                                   | -1847                                                                                 | 292                                                                                   | -1571      |
| -130                                                                                | 0                                                                                   | 416                                                                                 | -192                                                                                | 94         | -23                                                                                 | 0                                                                                   | -1392                                                                                 | 305                                                                                   | -1110      |
| -74                                                                                 | 0                                                                                   | 398                                                                                 | -258                                                                                | 66         | -30                                                                                 | 0                                                                                   | -742                                                                                  | 313                                                                                   | -459       |
| -24                                                                                 | 0                                                                                   | 217                                                                                 | -257                                                                                | -64        | -39                                                                                 | 0                                                                                   | -138                                                                                  | 313                                                                                   | 136        |
| 16                                                                                  | 0                                                                                   | -8                                                                                  | -174                                                                                | -166       | -46                                                                                 | 0                                                                                   | 229                                                                                   | 297                                                                                   | 480        |
| 42                                                                                  | 0                                                                                   | -176                                                                                | -8                                                                                  | -142       | -52                                                                                 | 0                                                                                   | 300                                                                                   | 227                                                                                   | 475        |
| 53                                                                                  | 0                                                                                   | -259                                                                                | 215                                                                                 | 9          | -54                                                                                 | 0                                                                                   | 316                                                                                   | -137                                                                                  | 125        |
| 51                                                                                  | 0                                                                                   | -260                                                                                | 394                                                                                 | 185        | -54                                                                                 | 0                                                                                   | 316                                                                                   | -735                                                                                  | -473       |
| 37                                                                                  | 0                                                                                   | -193                                                                                | 412                                                                                 | 256        | -52                                                                                 | 0                                                                                   | 308                                                                                   | -1378                                                                                 | -1122      |
| 14                                                                                  | 0                                                                                   | -75                                                                                 | 198                                                                                 | 123        | -49                                                                                 | 0                                                                                   | 295                                                                                   | -1829                                                                                 | -1583      |
| 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0                                                                                   | 0          | -48                                                                                 | 0                                                                                   | 289                                                                                   | -1899                                                                                 | -1658      |

Figura. E.3.7

# MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS E Δ Z

## DIAGRAMAS DE $M_{\varphi}$

- ZONA 1 ENTRE APOYOS
- ..... ZONA 1' A 7 m DEL APOYO DEL VOLADO
- - - - ZONA 1'' EN EXTREMO VOLADO
- · - · - ZONA 2 SOBRE APOYOS



## DIAGRAMAS DE $N_{\varphi}$

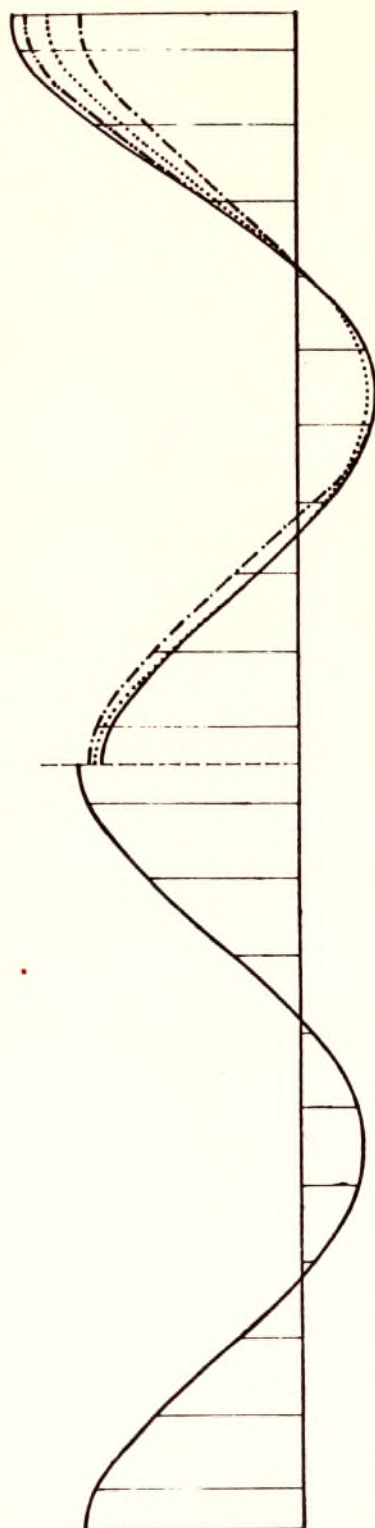


FIGURA E.3.8.

# MOMENTOS Y FUERZAS DIRECTAS DEBIDOS A LOS PESOS

ZONA 1 (entre apoyos)

|    | MOMENTOS |      |         | FUERZAS DIRECTAS |     |            |         |
|----|----------|------|---------|------------------|-----|------------|---------|
|    |          |      | M TOTAL |                  |     | Catenarias | N TOTAL |
| 0  | -6       | 0    | -6      | 0                | -9  | 1300       | 1291    |
| 1  | -5       | 2    | -3      | 0                | -9  | 1222       | 1213    |
| 2  | -4       | 6    | 2       | -1               | -9  | 1080       | 1070    |
| 3  | -2       | 9    | 7       | -1               | -9  | 959        | 949     |
| 4  | -1       | 9    | 8       | -1               | -10 | 869        | 858     |
| 5  | 0        | 7    | 7       | -1               | -9  | 820        | 810     |
| 6  | 1        | 3    | 4       | -1               | -8  | 820        | 811     |
| 7  | 1        | -4   | -3      | -1               | -7  | 869        | 861     |
| 8  | 1        | -13  | -12     | -1               | -5  | 959        | 953     |
| 9  | 1        | -23  | -22     | -1               | -4  | 1080       | 1075    |
| 10 | 0        | -34  | -34     | -1               | -3  | 1222       | 1218    |
| E  | 0        | -39  | -39     | -1               | -2  | 1300       | 1297    |
|    | -39      | 0    | -39     | -2               | -49 | 1300       | 1249    |
| 1  | -34      | 14   | -20     | -3               | -51 | 1222       | 1168    |
| 2  | -23      | 38   | 15      | -4               | -53 | 1080       | 1023    |
| 3  | -13      | 52   | 39      | -5               | -55 | 959        | 899     |
| 4  | -4       | 55   | 51      | -7               | -55 | 869        | 807     |
| 5  | 3        | 43   | 46      | -8               | -53 | 820        | 759     |
| 6  | 7        | 16   | 23      | -9               | -47 | 820        | 764     |
| 7  | 9        | -24  | -15     | -10              | -39 | 869        | 820     |
| 8  | 9        | -75  | -66     | -9               | -31 | 959        | 919     |
| 9  | 6        | -133 | -127    | -9               | -23 | 1080       | 1048    |
| 10 | 2        | -194 | -192    | -9               | -17 | 1222       | 1198    |
| F  | 0        | -226 | -226    | -9               | -14 | 1300       | 1277    |

ZONA 2 (sobre apoyos)

| MOMENTOS                                                                          |                                                                                   |         | FUERZAS DIRECTAS                                                                  |                                                                                     |            |         |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|---------|
|  |  | N TOTAL |  |  | Catenarias | N TOTAL |
| -6                                                                                | 0                                                                                 | -6      | 0                                                                                 | -8                                                                                  | 1300       | 1292    |
| -5                                                                                | 2                                                                                 | -3      | 0                                                                                 | -8                                                                                  | 1222       | 1214    |
| -4                                                                                | 6                                                                                 | 2       | -1                                                                                | -9                                                                                  | 1080       | 1070    |
| -2                                                                                | 9                                                                                 | 7       | -1                                                                                | -9                                                                                  | 959        | 949     |
| -1                                                                                | 9                                                                                 | 8       | -1                                                                                | -9                                                                                  | 869        | 859     |
| 0                                                                                 | 7                                                                                 | 7       | -1                                                                                | -9                                                                                  | 820        | 810     |
| 1                                                                                 | 3                                                                                 | 4       | -1                                                                                | -8                                                                                  | 820        | 811     |
| 1                                                                                 | -4                                                                                | -3      | -1                                                                                | -7                                                                                  | 869        | 861     |
| 1                                                                                 | -13                                                                               | -12     | -1                                                                                | -5                                                                                  | 959        | 953     |
| 1                                                                                 | -22                                                                               | -21     | -1                                                                                | -4                                                                                  | 1080       | 1075    |
| 0                                                                                 | -33                                                                               | -33     | -1                                                                                | -3                                                                                  | 1222       | 1218    |
| 0                                                                                 | -38                                                                               | -38     | -1                                                                                | -2                                                                                  | 1300       | 1297    |
| -38                                                                               | 0                                                                                 | -38     | -24                                                                               | -49                                                                                 | 1300       | 1227    |
| -33                                                                               | 14                                                                                | -19     | -28                                                                               | -50                                                                                 | 1222       | 1144    |
| -22                                                                               | 37                                                                                | 15      | -39                                                                               | -52                                                                                 | 1080       | 989     |
| -13                                                                               | 51                                                                                | 38      | -52                                                                               | -54                                                                                 | 959        | 853     |
| -4                                                                                | 54                                                                                | 50      | -66                                                                               | -55                                                                                 | 869        | 748     |
| 3                                                                                 | 42                                                                                | 45      | -80                                                                               | -52                                                                                 | 820        | 688     |
| 7                                                                                 | 16                                                                                | 23      | -89                                                                               | -47                                                                                 | 820        | 684     |
| 9                                                                                 | -24                                                                               | -15     | -93                                                                               | -39                                                                                 | 869        | 737     |
| 9                                                                                 | -74                                                                               | -65     | -92                                                                               | -31                                                                                 | 959        | 836     |
| 6                                                                                 | -131                                                                              | -125    | -89                                                                               | -23                                                                                 | 1080       | 968     |
| 2                                                                                 | -192                                                                              | -190    | -85                                                                               | -17                                                                                 | 1222       | 1120    |
| 0                                                                                 | -223                                                                              | -223    | -83                                                                               | -14                                                                                 | 1300       | 1203    |

ZONA 1' (a 7 m. del apoyo del volado)

|    | MOMENTOS |     |         | FUERZAS DIRECTAS |     |            |         |
|----|----------|-----|---------|------------------|-----|------------|---------|
|    |          |     | M TOTAL |                  |     | Catenarias | N TOTAL |
| 0  | -3       | 0   | -3      | 0                | -3  | 1300       | 1297    |
| 1  | -3       | 1   | -2      | 0                | -3  | 1222       | 1219    |
| 2  | -2       | 2   | 0       | 0                | -3  | 1080       | 1077    |
| 3  | -1       | 3   | 2       | 0                | -3  | 959        | 956     |
| 4  | 0        | 3   | 3       | 0                | -3  | 869        | 866     |
| 5  | 0        | 3   | 3       | -1               | -3  | 820        | 816     |
| 6  | 1        | 1   | 2       | -1               | -3  | 820        | 816     |
| 7  | 1        | -2  | -1      | -1               | -2  | 869        | 866     |
| 8  | 1        | -5  | -4      | -1               | -2  | 959        | 956     |
| 9  | 1        | -8  | -7      | -1               | -1  | 1080       | 1078    |
| 10 | 0        | -12 | -12     | -1               | -1  | 1222       | 1220    |
| E  | 0        | -14 | -14     | -1               | -1  | 1300       | 1298    |
|    | -14      | 0   | -14     | -1               | -17 | 1300       | 1282    |
| 1  | -12      | 5   | -7      | -1               | -18 | 1222       | 1203    |
| 2  | -8       | 13  | 5       | -1               | -19 | 1080       | 1060    |
| 3  | -5       | 18  | 13      | -2               | -19 | 959        | 938     |
| 4  | -2       | 19  | 17      | -2               | -20 | 869        | 847     |
| 5  | 1        | 15  | 16      | -3               | -19 | 820        | 798     |
| 6  | 3        | 6   | 9       | -3               | -17 | 820        | 800     |
| 7  | 3        | -9  | -6      | -3               | -14 | 869        | 852     |
| 8  | 3        | -27 | -24     | -3               | -11 | 959        | 945     |
| 9  | 2        | -47 | -45     | -3               | -8  | 1080       | 1069    |
| 10 | 1        | -69 | -68     | -3               | -6  | 1222       | 1213    |
| F  | 0        | -80 | -80     | -3               | -5  | 1300       | 1292    |

ZONA 1" (en el extremo del volado)

|    | MOMENTOS |    |         | FUERZAS DIRECTAS |    |            |         |
|----|----------|----|---------|------------------|----|------------|---------|
|    |          |    | M TOTAL |                  |    | Catenarias | N TOTAL |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 1300       | 1300    |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 1222       | 1222    |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 1080       | 1080    |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 959        | 959     |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 869        | 869     |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 820        | 820     |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 820        | 820     |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 869        | 869     |
| 0  | 0        | 0  | 0       | 0                | 0  | 959        | 959     |
| 0  | -1       | -1 | 0       | 0                | 0  | 1080       | 1080    |
| 0  | -1       | -1 | 0       | 0                | 0  | 1222       | 1222    |
| 0  | -1       | -1 | 0       | 0                | 0  | 1300       | 1300    |
| -1 | 0        | -1 | -1      | -1               | -2 | 1300       | 1297    |
| -1 | 0        | -1 | -1      | -1               | -2 | 1222       | 1219    |
| -1 | 1        | 0  | -1      | -1               | -2 | 1080       | 1077    |
| 0  | 2        | 2  | -1      | -2               | -2 | 959        | 956     |
| 0  | 2        | 2  | -2      | -2               | -2 | 869        | 865     |
| 0  | 1        | 1  | -2      | -2               | -2 | 820        | 816     |
| 0  | 1        | 1  | -2      | -1               | -1 | 820        | 817     |
| 0  | -1       | -1 | -2      | -1               | -1 | 869        | 866     |
| 0  | -2       | -2 | -2      | -1               | -1 | 959        | 956     |
| 0  | -4       | -4 | -2      | -1               | -1 | 1080       | 1077    |
| 0  | -6       | -6 | -2      | -1               | -1 | 1222       | 1219    |
| 0  | -7       | -7 | -2      | 0                | 0  | 1300       | 1298    |

Figura E.3.9

**Momentos y Fuerzas Directas Totales  
en las Zonas I, I' y I''.**

|    | Zona I         |                | Zona I'        |                | Zona I''       |                |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|    | M <sub>q</sub> | N <sub>q</sub> | M <sub>q</sub> | N <sub>q</sub> | M <sub>q</sub> | N <sub>q</sub> |
| D  | -253           | -384           | -257           | -410           | -258           | -394           |
| I  | -80            | -390           | -82            | -395           | -83            | -399           |
| 2  | 105            | -74            | 106            | -78            | 107            | -84            |
| 3  | 99             | 452            | 100            | 448            | 103            | 444            |
| 4  | -23            | 954            | -19            | 953            | -17            | 948            |
| 5  | -128           | 1249           | -125           | 1246           | -124           | 1243           |
| 6  | -120           | 1250           | -120           | 1245           | -119           | 1243           |
| 7  | -2             | 949            | -3             | 947            | -4             | 945            |
| 8  | 130            | 441            | 127            | 440            | 123            | 440            |
| 9  | 146            | -90            | 143            | -38            | 134            | -88            |
| 10 | -33            | -408           | -40            | -408           | -50            | -404           |
| E  | -205           | -404           | -212           | -401           | -222           | -400           |
|    | -205           | -278           | -212           | -316           | -222           | -349           |
| I  | -60            | -283           | -61            | -321           | -65            | -352           |
| 2  | 80             | 31             | 88             | -2             | 94             | -33            |
| 3  | 43             | 551            | 54             | 524            | 68             | 497            |
| 4  | -85            | 1046           | -76            | 1026           | -62            | 1001           |
| 5  | -175           | 1332           | -173           | 1318           | -165           | 1296           |
| 6  | -129           | 1313           | -137           | 1307           | -141           | 1292           |
| 7  | 47             | 915            | 25             | 965            | 8              | 991            |
| 8  | 225            | 241            | 205            | 388            | 183            | 483            |
| 9  | 242            | -468           | 258            | -217           | 252            | -45            |
| 10 | 1              | -912           | 93             | -589           | 117            | -364           |
| F  | -226           | -927           | -80            | -594           | -7             | -360           |

Figura.E.3.10

**APOYO M**

**Momentos y Fuerzas Directas por metro.**

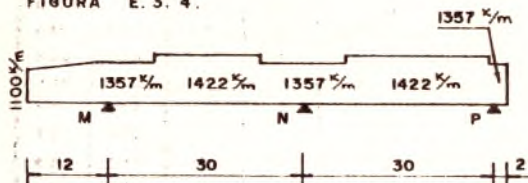
|    |     | Debidos a las<br>fuerzas internas |                | Debidos a los<br>pesos |                | Totales        |                |
|----|-----|-----------------------------------|----------------|------------------------|----------------|----------------|----------------|
|    |     | M <sub>q</sub>                    | N <sub>q</sub> | M <sub>q</sub>         | N <sub>q</sub> | M <sub>q</sub> | N <sub>q</sub> |
| D  | I'' | 1151                              | 7555           | -6                     | 1292           | 1146           | 8847           |
| I  | I'' | 370                               | 7230           | -3                     | 1214           | 367            | 8444           |
| 2  | I'' | -477                              | 5191           | 2                      | 1070           | -475           | 6261           |
| 3  | I'' | -459                              | 2297           | 7                      | 949            | -452           | 3246           |
| 4  | I   | 138                               | -428           | 8                      | 859            | 146            | 431            |
| 5  | I   | 602                               | -1958          | 7                      | 810            | 609            | -1148          |
| 6  | I   | 553                               | -1944          | 4                      | 811            | 557            | -1133          |
| 7  | I'' | -4                                | -352           | -3                     | 861            | -7             | 469            |
| 8  | I   | -633                              | 2284           | -13                    | 956            | -646           | 3240           |
| 9  | I   | -749                              | 5196           | -21                    | 1075           | -770           | 6271           |
| 10 | I'' | -4                                | 7252           | -33                    | 1218           | -37            | 8470           |
|    | I'' | 219                               | 7252           | -33                    | 1218           | 186            | 8470           |
| E  | I'' | 986                               | 7582           | -38                    | 1297           | 948            | 8879           |
|    | I'' | 986                               | 7341           | -38                    | 1227           | 948            | 8568           |
| I  | I'' | 285                               | 7007           | -19                    | 1144           | 266            | 8151           |
| 2  | I'' | -419                              | 4951           | 15                     | 989            | -404           | 5940           |
| 3  | I'' | -294                              | 2047           | 38                     | 853            | -256           | 2900           |
| 4  | I   | 607                               | -1066          | 50                     | 748            | 657            | -318           |
| 5  | I   | 986                               | -2556          | 45                     | 688            | 1031           | -1868          |
| 6  | I   | 678                               | -2449          | 23                     | 684            | 701            | -1765          |
| 7  | I   | -277                              | -424           | -15                    | 737            | -292           | 313            |
| 8  | I   | -1298                             | 3024           | -65                    | 836            | -1365          | 3860           |
| 9  | I   | -1646                             | 6761           | -125                   | 968            | -1771          | 7729           |
| 10 | I   | -861                              | 9402           | -190                   | 1120           | -1051          | 10552          |
|    | I'' | 0                                 | 9830           | -223                   | 1203           | -223           | 11033          |
| F  | I'' | 0                                 | 7395           | -223                   | 1203           | -223           | 8598           |

Figura.E.3.13

**Cargas correspondientes al valle extremo**

(Las cargas de la viga virtual son dobles de las que se indican aquí.)

FIGURA E.3.4.



RESOLVEMOS SIMPLIFICAR LA CARGA Y TOMAR PARA LA VIGA VIRTUAL DESDE M AL EXTREMO DEL VOLADO DERECHO 2840 K/m Y EN EL VOLADO VARIABLE DE 2840 K/m A 2200 K/m

**APOYO N**

**Momentos y Fuerzas Directas por metro.**

|    |   | Debidos a las<br>fuerzas internas |                | Debidos a los<br>pesos |                | Totales        |                |
|----|---|-----------------------------------|----------------|------------------------|----------------|----------------|----------------|
|    |   | M <sub>q</sub>                    | N <sub>q</sub> | M <sub>q</sub>         | N <sub>q</sub> | M <sub>q</sub> | N <sub>q</sub> |
| D  | 2 | 1487                              | 10149          | -6                     | 1292           | 1481           | 11411          |
| I  | 2 | 466                               | 9588           | -3                     | 1214           | 463            | 10802          |
| 2  | 2 | -621                              | 6848           | 2                      | 1070           | -619           | 7918           |
| 3  | 2 | -551                              | 2979           | 7                      | 949            | -544           | 3928           |
| 4  | I | 185                               | -573           | 8                      | 859            | 193            | 286            |
| 5  | I | 806                               | -2621          | 7                      | 810            | 813            | -1811          |
| 6  | I | 740                               | -2603          | 4                      | 811            | 744            | -1792          |
| 7  | I | -6                                | -525           | -3                     | 861            | -9             | 336            |
| 8  | I | -846                              | 3057           | -13                    | 956            | -861           | 4013           |
| 9  | I | -1003                             | 6955           | -21                    | 1075           | -1024          | 8030           |
| 10 | I | -6                                | 9707           | -33                    | 1218           | -39            | 10925          |
|    | I | 42                                | 9719           | -33                    | 1218           | 9              | 10937          |
| E  | 2 | 1039                              | 10161          | -38                    | 1297           | 1001           | 11458          |
|    | 2 | 1039                              | 9224           | -38                    | 1227           | 1001           | 10451          |
| I  | 2 | 263                               | 8782           | -19                    | 1144           | 244            | 9926           |
| 2  | 2 | -424                              | 6036           | 15                     | 989            | -409           | 7025           |
| 3  | 2 | -96                               | 2197           | 38                     | 853            | -58            | 3050           |
| 4  | I | 812                               | -427           | 50                     | 748            | 862            | -679           |
| 5  | I | 1319                              | -3421          | 45                     | 688            | 1364           | -2733          |
| 6  | I | 907                               | -3278          | 23                     | 684            | 930            | -2594          |
| 7  | I | -370                              | -567           | -15                    | 737            | -385           | 170            |
| 8  | I | -1737                             | 4048           | -65                    | 836            | -1802          | 4884           |
| 9  | I | -2203                             | 9051           | -125                   | 968            | -2328          | 10019          |
| 10 | I | -1152                             | 12585          | -190                   | 1120           | -1342          | 13705          |
|    | I | 0                                 | 13158          | -223                   | 1203           | -223           | 14361          |
| F  | I | 0                                 | 12501          | -223                   | 1203           | -223           | 13704          |

Figura.E.3.14



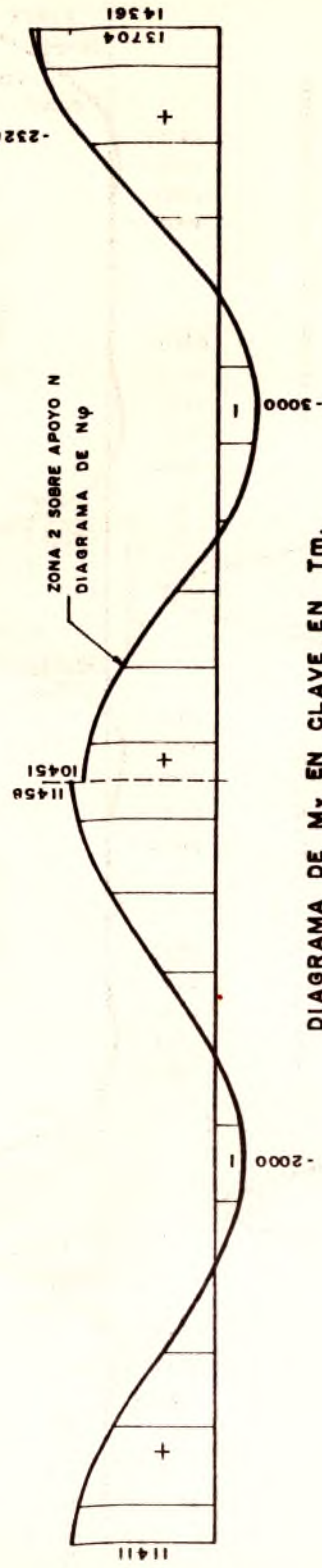
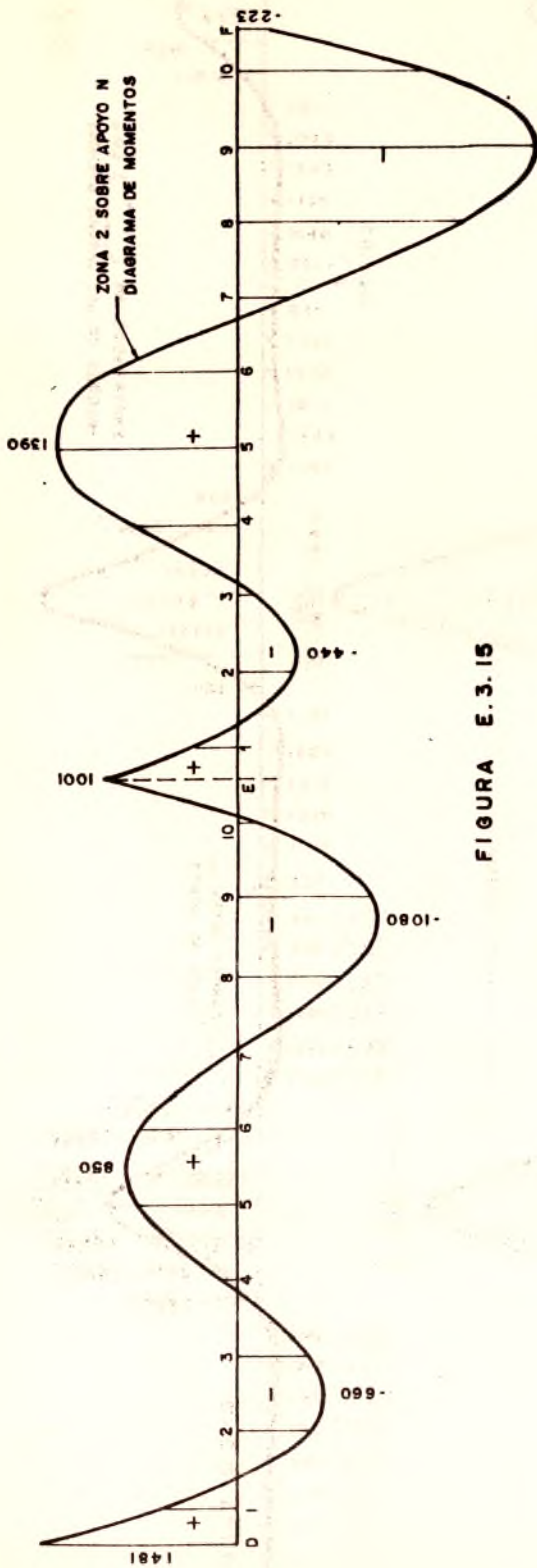
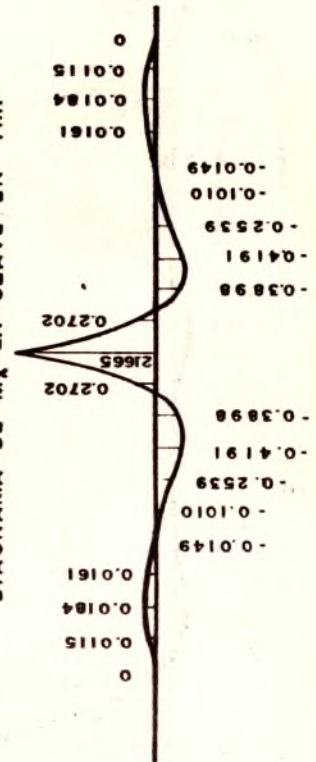
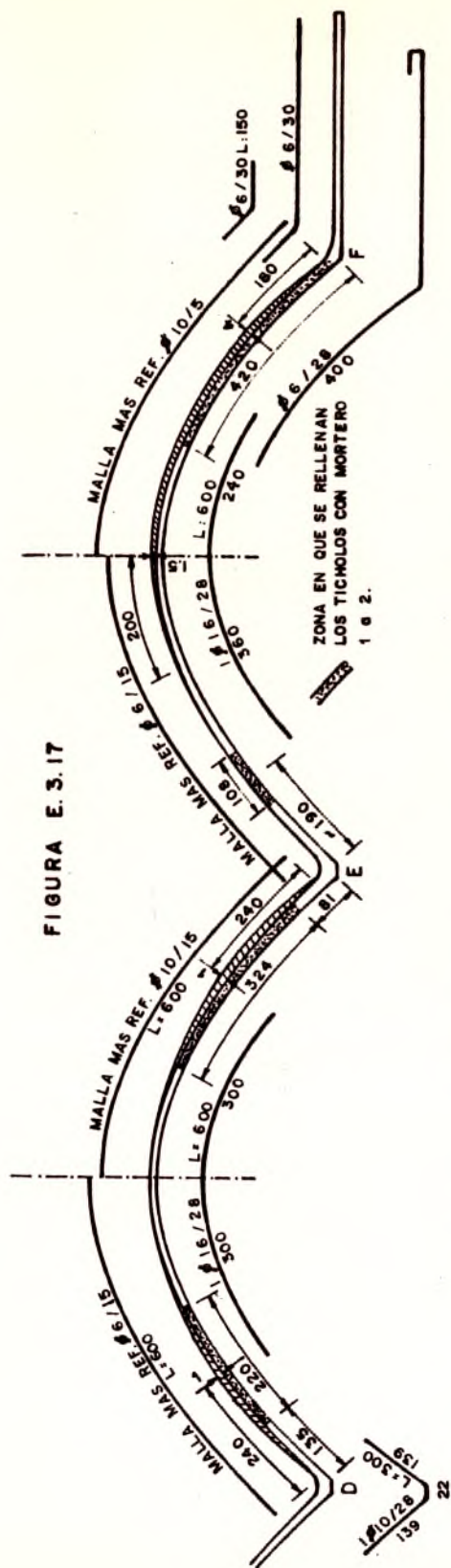
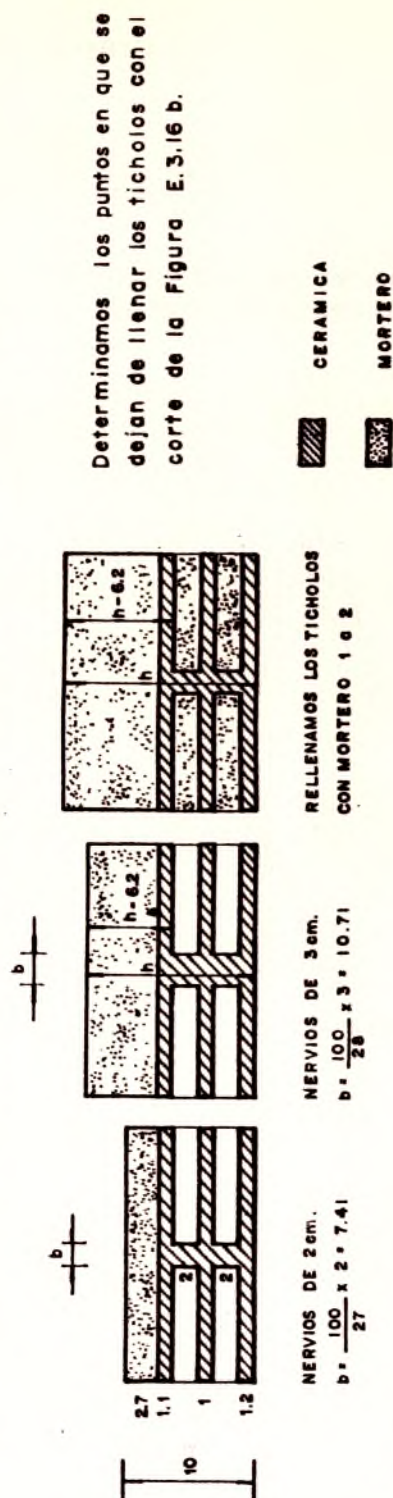


DIAGRAMA DE  $M_x$  EN CLAVE EN Tm.

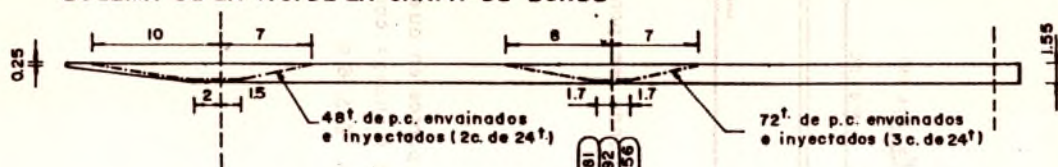




NOTAS: 1) Se indican las armaduras que se agregan a la armadura genérica poniendo la palabra "refuerzo"; cuando se pone una armadura sin la palabra "refuerzo" quiere decir que esa armadura sustituye a la genérica.  
2) Las armaduras y sobrespesores indicados corresponden a los 4.80 mt. de la zona 2 sobre el apoyo N



# ESQUEMA DE LA P.C. DE LA CHAPA DE BORDE



## DIAGRAMA DE MOMENTOS DE LA CHAPA DE BORDE

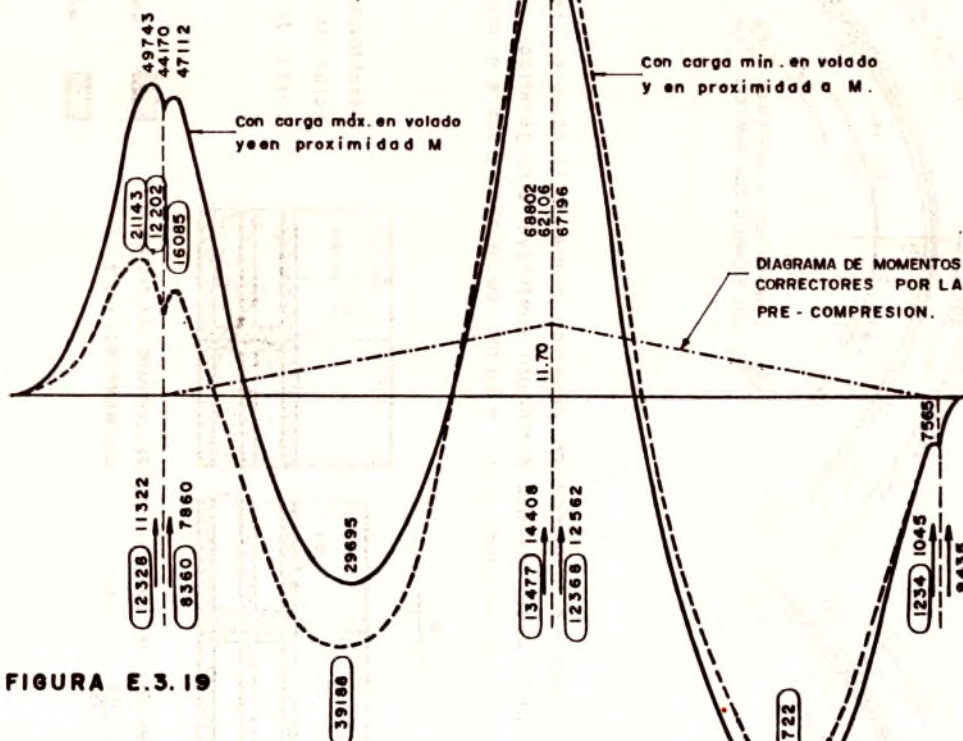


FIGURA E.3.19

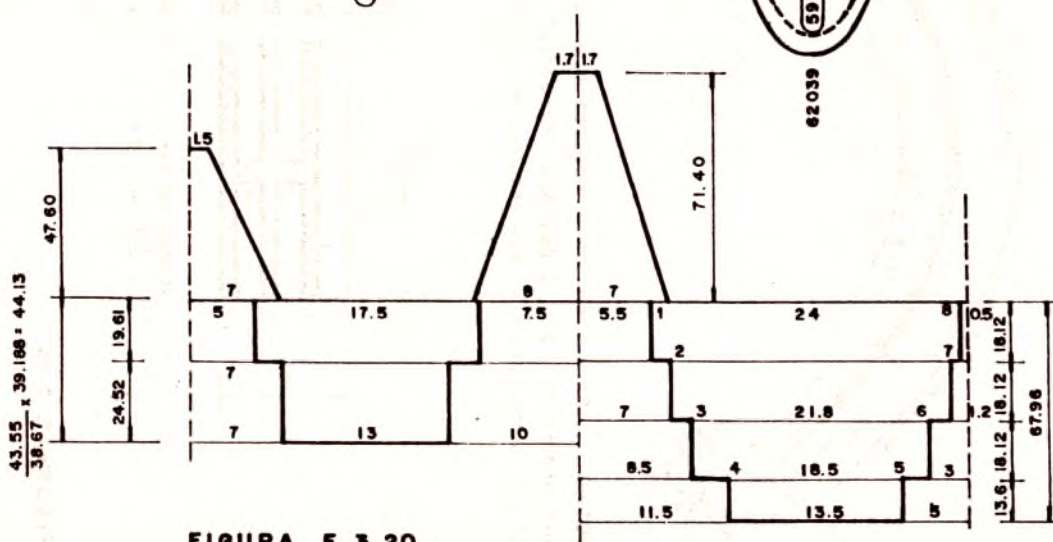


FIGURA E.3.20

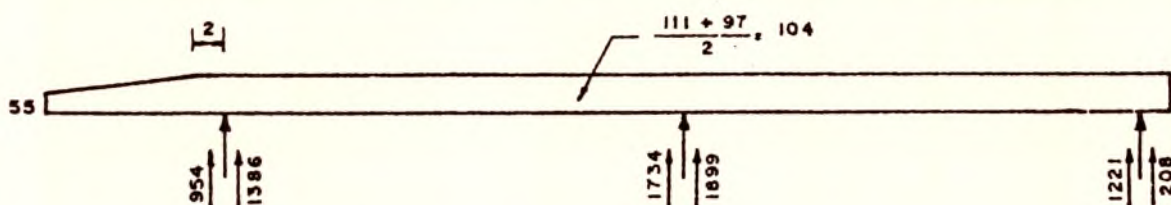
## Estructura de sostén de las cáscaras

El cálculo de pilares y fundaciones está fuera del alcance de este trabajo y la solución esbozada en los cortes de la Fig. E.3.1. es solo una de las posibles.

Conviene, sin embargo, precisar algo sobre las solicitaciones y hacer algunos comentarios generales, para los que usaremos los valores de la línea de pilares N cuando ello sea necesario.

Si vinculamos la parte superior de los pilares con tensores, estas deben resistir los esfuerzos extremos definitivos aplicados en A y F que pueden ser desiguales debiendo la diferencia ser tomada por los pilares, a flexión. En caso de no poner tensores, el pilar extremo N, correspondiente a F, deberá soportar un empuje definitivo de  $14,408 + 12,562 = 27,06$  T y una carga vertical de:  $\frac{96,52}{2} = 48,26$  T aplicada a 3 cm. del parámetro interior del pilar, resultando, para el contrafuerte, las dimensiones que se indican en el corte del croquis.

En cuanto al pilar en la línea de apoyos N y bajo el valle E tiene una carga vertical de 74,25 T y una carga horizontal que puede obtenerse del diagrama de cargas del croquis.



$$X_{\text{volado izq.}} = 55 \times \frac{12^2}{2} + 49 \times \frac{12^2}{6} = 5136$$

$$X_{\text{volado der.}} = 104 \times \frac{2^2}{2} = 208$$

$$X_{\text{apoyo interior}} = \frac{1}{2} \left( 2 \times 104 \times \frac{30^2}{8} - \frac{5136}{2} - \frac{208}{2} \right) = 10364$$

Luego la reacción horizontal vale  $1734 + 1899 = 3633$  K.

Se ve que aunque la acción sobre la bóveda no tiene importancia debe ser considerada en el pilar que resulta con la dimensión del croquis.





## **INDICE**



## NOTACIONES

### I GENERALIDADES

|                                             |    |
|---------------------------------------------|----|
| a) Introducción .....                       | 11 |
| b) Descripción de la cubierta .....         | 12 |
| c) La cáscara durante la construcción ..... | 13 |
| d) La cáscara como viga .....               | 13 |

### II CALCULO DE LA ESTRUCTURA EN EL ESTADO DEFINITIVO

|                                                                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| a) Determinación de las cargas en los valles A, B,... F .....                                                          | 15 |
| b) Vigas correspondientes a los valles intermedios y extremos .....                                                    | 17 |
| c) Momentos y fuerzas directos debidos a las fuerzas internas .....                                                    | 18 |
| d) Elástica de la Franja Básica .....                                                                                  | 19 |
| e) Teorema Básico .....                                                                                                | 19 |
| f) La cáscara dividida en franjas y bandas interactuantes .....                                                        | 23 |
| g) Estudio de la banda de clave. Cálculo de X .....                                                                    | 24 |
| h) Variación de los momentos y fuerzas directas debida a las fuerzas internas a lo largo de las generatrices .....     | 25 |
| i) Coexistencia del estado $M_{\varphi}$ N $\varphi$ con los rasantes debidos al trabajo de la cáscara como viga ..... | 27 |
| j) Momentos $M_x$ en las bandas y coexistencia de $M_x$ con $N_x$ .....                                                | 28 |
| k) Secuencia de cálculo del periodo definitivo .....                                                                   | 29 |

### III EFECTOS SECUNDARIOS

|                      |    |
|----------------------|----|
| a) Temperatura ..... | 30 |
| b) Viento .....      | 30 |
| c) Nieve .....       | 30 |

### IV USO DE OTRAS DIRECTRICES .....

|                                               |         |
|-----------------------------------------------|---------|
| V ESPESORES VARIABLES. ARCOS DE RIGIDEZ ..... | 31      |
| TABLAS PARA DIRECTRIZ CATENARIA .....         | 31 a 50 |

## COMPLEMENTOS

|                                                                                                                                                                                                      |         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| C. 1 Demostración de que, aproximadamente, los momentos torsores son nulos y las fuerzas cortantes, por unidad de longitud, según las generatrices y las tangentes a la directriz, son iguales ..... | 51      |
| C. 2 Arco biarticulado con EI constante - Cálculo de H y de la rigidez .....                                                                                                                         | 53      |
| C. 3 Cálculo de los momentos en el centro de cada dovela para el arco biarticulado con EI constante .....                                                                                            | 54      |
| C. 4 Cálculo de rigideces y factores de transmisión .....                                                                                                                                            | 57      |
| C. 5 Momentos de empotramiento debidos a las fuerzas internas .....                                                                                                                                  | 58      |
| C. 6 Reacciones y momentos para el arco biarticulado debidos a las fuerzas internas .....                                                                                                            | 59 a 61 |
| C. 7 Valores de $f_c$ y $f_{lc}$ .....                                                                                                                                                               | 62      |
| C. 8 Valores de la componente según la normal a la directriz de las cargas del estado $\gamma$ .....                                                                                                 | 63      |
| C. 9 Fuerzas directas en los centros de las diez dovelas para $L=1$ y $q=1$ .....                                                                                                                    | 64      |
| C.10 Fuerzas directas en los centros de las diez dovelas debidas a los momentos en A y B .....                                                                                                       | 65      |
| C.11 Fuerzas directas, en los centros de las diez dovelas, para el arco biarticulado, debidas a las fuerzas internas .....                                                                           | 66      |

## **EJEMPLOS**

### **Ejemplo 1**

|                         |    |
|-------------------------|----|
| Texto .....             | 68 |
| Dibujos y cuadros ..... | 79 |

### **Ejemplo 2**

|                         |    |
|-------------------------|----|
| Texto .....             | 86 |
| Dibujos y cuadros ..... | 91 |

### **Ejemplo 3**

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| Texto .....                | 96  |
| Dibujos y cuadros .....    | 109 |
| Estructura de sostén ..... | 121 |

## **ERRATA ADVERTIDA:**

Pág. 25 donde dice: II.h Variación de los momentos y fuerzas directas **debidos** a las fuerzas internas, a lo largo de las generatrices.

debe decir: II.h Variación de los momentos y fuerzas directas **debidas** a las fuerzas internas, a lo largo de las generatrices.



Queste, Eladio, 1917-

(curug)



Se terminó de imprimir en PRISMA Ltda.,  
Gaboto 1582, Montevideo, Uruguay,  
en el mes de noviembre de 1985.  
Edición amparada al art. 79 de la ley 13.349  
(Comisión del Papel). D.L. 212.449/85.



